

〈論 文〉

経済統計学におけるニューラルネットワークの導入 (I)

——複雑系・生命系としての経済現象を想定して——

深 瀬 澄

【目次】

I. はじめに

1. 理論的に解明されていない経済現象の領域
2. ニューラルネットワークの可能性

II. ニューラルネットワークの概要

1. 概念
2. 機能
3. 開発史

III. 計算手法

1. ニューロン (演算素子) の機能
2. ネットワーク結合
3. フォワード・プロパゲーション
4. 学習過程 (バック・プロパゲーション)

IV. 経済学分野における最近の研究動向

1. 概況
2. 国内における最近の展開
3. 海外における最近の展開

(以下は「経済統計学におけるニューラルネットワークの導入 (II)」に掲載予定)

V. 経済統計学への導入の試み

1. モデルの概要
2. 分析結果

VI. むすび

I. はじめに

1. 理論的に解明されていない経済現象の領域

“一寸先は闇”との諺が示すように、事前に未来を知ることが、不老不死、永久機関、錬金術に並ぶ科学に与えられた難題である。しかし、一度、物事のメカニズムが解明されれば、予測が容易になる場合もある。自然科学では、実験や観察を行ってデータを集め、これを分析することにより多数の普遍的な運動法則を導いてきた。例えば、惑星の動きや台風の接近など、既にかなり正確な将来予測ができるようになっている分野もみられる。

近代の経済学においても、経済現象を科学的に解明しようと努め、理論及び実証分析の手法を精緻化してきた。1960年代くらいから、経済学に物理学や工学等の手法が頻繁に導入され、経済現象の数学的、統計学的な記述が進んだ。さらに、80年代になるとコンピュータ技術の発達とも相まって、省庁やシンクタンク等で、巨大な「計量経済学モデル」等が競って構築され、経済の完全予測や工学的制御の可能性も期待された。

それにもかかわらず、最近の新聞、テレビ、雑誌等では、経済状況について“先行き不透明”との言葉が定着しつつある。この真意を追求するために、新ためて「経済現象と人類」との関係について、問題を2つ提起したい。

(Q1) 将来の経済状況は、我々の予測の域を越えるものなのだろうか。

(Q2) 将来の経済状況は、我々には動かし難い宿命的なものなのだろうか。

これらの疑問について、近代経済学が歩んできた研究や経験を参照して考えてみよう。近代経済学の理論研究の系譜で双璧をなすのは、①人々は将来の経済を完全に予見した上で最も合理的な行動をとると仮定する新古典派と、②適正なマクロ政策によって経済を望ましい状況に誘導することができるかと仮定するケインズ学派である。しかし、両者の間にはマクロ政策の有効性の是非をめぐる論争が続いている。また、最近では、人々の経済に対する完全予見能力や、最適化行動をめぐる計算能力、生産規模における収穫逓減など、新古典派が理論の前提としてきた仮定に疑問を抱き、③経済を複雑系として考えようとする動きもある。

例えば、複雑系経済学の先駆者である大阪市立大学の塩沢由典教授（『20世紀と経済学』1992年経済学セミナー連載）は、20世紀に経済が経験した3大事実から、現実の経済現象においては、数学的にメカニズムを解明したり、状況を工学的に制御することが困難な領域があることを主張する。

20世紀には、①資本主義国家においては、利益を追求する巨大な企業組織が出現した、②社会主義国家では、中央政府が計画的に経済を管理して発展を試みたが失敗した、③東アジア諸国では、国家主導の開発政策により、奇跡的な経済発展がみられた。

しかし、これらの事実の中には、①企業は利潤を極大化するだけの単純なものではなく、各人が異なった効用関数や能力をもった人間の集合体であると考えれば、巨大組織の経営管理、仕事の熟練、技術進歩等のメカニズムはどのようなものか。②自由市場においては、神の見えざる手がいともたやすく成しえる需給調整を、ソ連では何故、中央に権力を集中させ、数理経済研究所の最高の頭脳と巨大なコンピュータ・システムを駆使しても成しえなかったのか。③発展途上期には、無秩序に開発するよりも、体系的な政府主導が有効であるにもかかわらず、完全な計画経済体制が何故うまく機能しないのかなど、現在の理論経済学では未だ明快には解明されていない領域が残されているというのである。

さらに、同教授（『複雑系経済学入門』1997年）は、現実の消費効用最大化問題を解くには最新のコンピュータを用いても天文学的な時間を要することを示し、モデル化された問題についてはマイクロ経済学は完備された体系をなしているが、現実の経済をこれを用いて分析することが難しいことを強調している。そして、経済現象は生命現象のように、全体としてみれば複雑な動きを醸しだしているものの、最小単位（エージェント）の行動はもっとシンプルな規則に従って運行していることをうかがわせている。

いずれにせよ、経済現象は、理論的にかなり解明された領域もあるものの、それが普遍的なものでないかもしれないし、少なくとも広大な未解明の領域が残されている。したがって、先に提起した2つの問題について回答するには、さらなる研究が必要であり、これまでの近代経済学が依存してきた従来の工学、

数学的な分析手法とは異なる新たな発想の分析ツールが導入されることも期待される。

2. ニューラルネットワークの可能性

全体としての経済の動きは、多様性をもつ各エージェント（経済主体）の相互作用により作り出され、各エージェントは外部情報を取り入れ学習し変化している。そして、その作用が環境に影響し全体も変化していくといった具合に経済社会は自己組織化された複雑なシステムである。

経済現象の実証分析において双璧をなす手法は、「計量経済学」や「経済統計学」である。私的見解では、両者は多くを共有するとともに相互に補完する関係にあり、前者は、経済現象における“普遍的、一般的な運動法則”を、後者は“歴史的、局所的な特異性”を研究するべき学問であると認識している。ある学問の分野の発展について、創世期には暗闇の中を統計学を頼りに手探りの探索が進められるが、いたる箇所が部分的に解明され、やがてその学問体系が整備されてくると、もはや統計学は使命を果して理論へと引き継がれる。経済現象の実証分析ツールとして、経済学理論との整合性を重視する「計量経済学」は、現象のメカニズムがかなり解明されてきた段階で用いるべきであり、未だ状況把握がされていず、混沌としている段階では「経済統計学」を用いるといった使い分けが必要であろう。

したがって、経済を複雑系、生命系の現象として考える際には、既成の経済理論に拘束されず自由な発想での分析が許容される「経済統計学」による実証分析が期待される。

本研究は、オートノマスに行動する1人ひとりのエージェントが醸し出す、複雑系、生命系としての経済現象を、従来の物理学的、数学的な手法ではなく生命科学的な発想で分析することを念頭においている。その1つの試みとして、「経済統計学」の分析手法にニューラルネットワークを導入することを検討する。これを用いた経済モデルは、複雑な経済社会の分析に適していると考えられる。

ニューラルネットは、人工知能の分野でエキスパートシステムとともに大き

なウェイトを占める手法である。簡単に言えば、脳を構成する神経細胞の機能をコンピュータ・プログラム上にモデル化したもので、学習機能に特徴がある。これによって、乳飲み子が、模倣の学習を通して経験的に世の中を理解するのと同様に、何も知識のない状態から学習によって秩序を体得させ、判断や予測をさせることができる。また、ネットワーク全体としては複雑な判断を下すにもかかわらず、それを構成する1つひとつのニューロ・ユニットの機能は非常にシンプルである。この点でも、複雑系経済学が課題とする経済主体と組織との関係を解明するヒントとなり得る。

ニューラルネットワークの開発では、これまで幾多の限界に直面し、壊滅状態に陥ったこともあるが、逐次それを克服するアイデアが生まれ、完成度を高めてきている。経済学分野の研究も既に試みられているが、本稿では、その中で複雑系現象の研究目的に絞った導入の可能性を検討したい。なお、今回の号では、ニューラルネットワークの概要（Ⅱ章）、具体的な計算手法（Ⅲ章）、経済学分野における研究動向（Ⅳ章）を踏まえ、次号で実際にモデルを導入し検討を試みる。

Ⅱ. ニューラルネットワークの概要

1. 概念

P. ウィンストン教授（MIT）は「コンピュータを賢く、使いやすくするために、様々な分野の人々が持ち寄って作るアイデアや概念を、コンピュータのソフトウェアとして実現するもの」を人工知能[artificial intelligence]と定義し、E. ファイゲンバウム教授（スタンフォード大学）は、より具体的に「知的コンピューター（言語理解、学習、問題解決などを代行するシステム）の設計に関連したコンピューターサイエンスの1分野」と定義している。

人工知能には、①知識ベースと推論エンジンから構成されるエキスパートシステムと、②知識ベースを必要とせずに学習機能をもつニューラルネットワークとがある。本稿では未だ理論的にメカニズムが解明されていない領域の経済現象を分析することを目標とすることから、ニューラルネットを対象とする。

ニューラルネットワーク（ANNs [Artificial Neural Networks]）とは、人

間の脳や生物の神経系などの機能の特徴に着目してモデル化したニューロン素子をネットワーク状に結合させて並列分散処理を行う理論回路をいう。入力データと出力データとの間の対応関係を反復学習しながら、計算プログラムにおけるパラメータ（ネットワーク内における素子間の結合強度の値）を変更していくという、やや自己変革的な要素をもったシステムである。

2. 機能

ニューラルネットワーク型の人工知能は、生体の脳神経回路をモデル化したシステムであり、その機能を一言で言えば「多変量非線型変換の学習アルゴリズム」とみなすことができる。具体的にその特徴を挙げれば以下ようになる。

(1) 非線型性に対応

計量経済学などでは、非線形な性質をもつ景気などの変動を線型近似してモデル化するのに対し、ニューラルネットワークでは、非線形のを部分的に修正するだけでモデル化できる。

(2) 学習能力を持つ

従来型コンピュータ・システムでは、人間がプログラムとという形でモデルの因果関係やロジックを与えなければならず、特殊な問題については対応できるが、一般的な問題への対応力は低いとされる。これに対し、ニューラルネットワークでは、現象に関するデータを与えるだけで、それらの因果関係を数理的に極めて柔軟な形で把握できる。

(3) パターン認識に強い

従来型コンピュータ・システムでは、プログラムに忠実に作動するため、事象を認識する際に諸条件との適合・不適合が機械的になりやすく、ファジーな認識や判断が難しいが、ニューラルネットワークでは、幅の広い多様性をもったパターンの認識に対応し易いとされる。

(4) 未学習問題に弱い

ニューラルネットワークは過去のデータパターンを自動分析し、予測値を出力する。したがって、これを予測手法に用いると、過去に学習したデータのパターンに対しては高い精度で出力するが、未学習の全く新しいデータのパターンに対する予測にはかなりの困難を伴う。さらなる反復学習が必要である。

3. 開発史

ニューラルネットワークの開発は、①ネットワークを構成する演算素子単位であるニューロン、②複数のニューロンを組織化するネットワーク・モデル、③ネットワークにおけるニューロン間の結合度合いを調整する学習アルゴリズムといった、一連の研究によって実用化され、半世紀以上の歴史を有する。これまで幾多の限界にもぶつかり実用化が懸念されてきたが、1つ1つ問題点が克服され難所を乗り越えてきた。以下では開発の過程をまとめ、さらに最近開発の進んでいる遺伝的アルゴリズム(GA)などの先端分野についても簡単に触れる。

(1) 神経細胞モデルの原型

McCulloch & Pitts は生物の神経細胞の機能を忠実にプログラム化したモデルを開発した。このモデルの構造および動作原理は現在のものに近く、ニューラルネットワークの原型とされる。神経細胞単位[neuron]は入力信号に対する「演算単位」および出力信号を各シナプス[synapse]へ最適配分する「分配単位」より構成される。また、動作原理は以下の通り要約される。

① 神経細胞単位の「演算単位」には、ステップ関数が組み込まれており、静止状態で0、興奮状態で1を出力する。

② 「分配単位」では、複数の神経細胞単位に出力信号を伝搬し、各細胞単位間の信号の通りやすさを係数(シナプス加重)によって表現する。

③ 各細胞単位は、受け取った信号に対して加重を付けて入力値の総和を求める。この値が、ステップ関数で設定した閾値を越えたときを興奮状態として1を出力する。

経済統計学におけるニューラルネットワークの導入

なお、本研究で用いるモデルとの大きな相違点は、本研究では、信号の入出力に用いるステップ関数をより複雑化させ、反復学習によってニューロン間の伝達効率（シナプス加重）を調整させるプロセス（以下に要約する Hebb 理論に基づく）を付け加えている点である。

(W.S.McCullou & W.H.Pitts [1943, Bull.Math.Biophys.5.115])

(2) シナプスの可塑的な環境適合による自己学習理論

生理学者の Hebb は、脳の学習のメカニズムを、神経細胞が興奮することでシナプスが効率化し、刺激が通り易くなることによると考え、環境に応じたシナプスの可塑的な変化による自己学習理論を発表した。この後に、脳の研究分野で記憶や学習はシナプスの他のニューロンとの結合度合いである加重の変化と関係していることが判明する (Hebb, 1949年)。

そして、今日、シナプス加重についての最適パラメータの決定方式が、ニューラルネットワークのシステム研究において大きなウェイトを占めている。

(3-1) 学習認識装置パーセプトロン

心理学者の Rosenblatt は学習することによって、シナプスの加重を変化させるという発想の学習認識装置（パーセプトロン）のアルゴリズムを提案した。ただし、これはニューロンを入力層と出力層の2列に配置した最も単純な階層型ネットワークであり、入力データを明確に区別できない場合もあった。

(F.Rosenblatt, "Principle of Neurodynamics" [1961, Spartan])

(3-2) パーセプトロン・アルゴリズムの収束定理の証明

Block により、パーセプトロンのアルゴリズムについての収束定理が証明される (H.D.Block "The perceptron, a model for brain functioning I"

[Rev.of Modern Physics Vol.34,1961])。

(4) バック・プロパゲーション (B P D) 理論

Rumelhart らは、知識構造における並列分散処理理論 (Parallel Distributed Processing) を発表し、特に多層型ネットワーク (Multi-Layered-Network) のバ

ック・プロパゲーション学習法 (Back Propagation Distribution)によって、学習装置のアルゴリズムの能力を向上させた。この研究成果は、画像処理、音声認識、ロボット制御、家電製品制御に応用され、階層構造型ニューラルネットが最盛期を迎える。

(D.Rumelhart, G.E.Hinton, & R.J.Williams "Learning representations by error propagations" In Parallel Distributed Processing; Explorations in Microstructure of Cognition ,MIT press 1986")

(5) 遺伝的アルゴリズム

遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm)とは、生物が遺伝子を組み換えながら進化する「進化過程」をモデルとした確率的アルゴリズムであり、遺伝子に見立てた複数の解の候補からなる集合(ビット列)を用いて、解の候補を次々に組み換えて最適解を探索する計算手法である。ビット列に対しては、適応度関数によって問題空間における強さを評価し、ビット列の組み替えや交鎖による”突然変異”を発生させ、適応度の高い解の候補を取捨選択する”適者生存”によって最適解を探索する。(J. ホランド[ミシガン大学、1975])

(6) 相互結合型ニューラルネットワーク (ホップフィールド型) モデル

生体のニューロンでは、入力の空間的および時間的なウェイト付け計算で細胞体の内部電位が定まる。入出力は非線形な関係にあり、さらに出力は有限値をとる。ホップフィールドは、これらの性質を考慮したニューロン素子 n 個を相互結合させた回路、すなわち、各出力を自分以外の全ての素子にフィードバックさせるモデルを考えた。

1つのニューロン素子の活動電位の時間的変化を全ニューロン素子からのウェイト付きの入力と閾値の和とする。一方、このネットワークのエネルギーを考え、この1つの入力値によるエネルギーの偏微分値と活動電位の時間微分値の和が0になる回路をホップフィールドマシンという。これは勾配系と呼ばれる関数の最小値を求める力学系の手法と類似していることから、疑似勾配系と呼ばれる (Hopfield J.J & Tank, D.W "Neural Computation of Decisions in

Optimization" [Biological Cybernetics, 52, 141-152, 1985])。

(7) ボルツマンマシン

学習過程（ニューロン間の結合強度を調整）で、最適なシナプスのウェイト・ベクトルを探索する必要があるが、しばしば局所的な最適解に陥ってしまい、大局的な最適解に到達できないという問題にぶつかった。この問題点を解決するために、より良い最適解の候補を探索する工夫が研究された。

ボルツマンマシンは、信号についてのフィード・バック機能をもつ自己結合型のネットワークに、各ニューロンの動作に確率的な要素を導入したものであり、ウェイト・ベクトルの調整過程における収束状態に揺さぶりをかけるものである。

例えば、1つのニューロンへの入力信号 X_i が正であっても、興奮する確率を、シナプス部分での信号伝達の不確実性（ノイズ）を表すパラメータ β を持ちいて、

$$P = 1 / (1 + \exp(-\beta X_i))$$
とすれば、

$\beta \rightarrow \infty$ に近づくと（熱力学では絶対温度 $T = 1 / \beta$ の関係にあり、このとき 0°K ）、入力信号 X_i によらず確率は0.5に近づき、入力信号に依存しないランダムな出力をする確率が高まる。（ファールマン、ヒントン、セイノフスキ、1985）

(8) カオス・ニューロ

合原一幸は、微小電極を用いて、単一のニューロンの膜電位を測定するという電気生理研究により、ニューロンの応答にカオスが介在することを示し、ポアンカレ写像などの直接的な解析手法を用いて、これがカオスであることを示した。これにより、ニューラルネットワークに用いられる応答関数は、ステップ関数よりもむしろ連続関数に近いと考えられるようになった。

(K. Aihara & G. Matsu moto "Chaos(ed A. v. Holden)",

[257, Manchester UNV. press and Princeton UNV. 1986])

(9) 今日のニューラルネットワークでは、ニューロン・モデル、ネットワーク・モデル、学習アルゴリズムにおいて多様なバージョンが開発されており、これらの組合せによって多種多様のタイプがある。代表的な階層構造型ニューラルネットワーク、ホップフィールド・モデルの他に、アソシアトロン、コホーネンネット、フィードバック型コグニトロン、グロスバーグネット、ボルツマンマシンなどがあり、用途によって使い分けられる。

なお、本稿では、階層構造型ニューラルネットワークを用いるため、この計算手法をⅢ章で要約する。

Ⅲ. 計算手法

1. ニューロン（演算素子）の機能

ニューラルネットワーク構成する計算素子の単位（ユニット）をニューロンという。

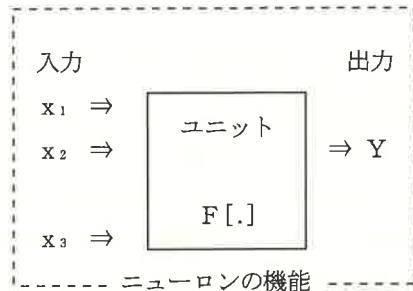
各ユニットには多数の信号が入力され、その総和がシグモイド関数に入力されて、計算結果が出力される。

$$Y = F(X) = \frac{1}{1 + \text{EXP}(-X)} \quad \dots\dots\dots(1)$$

ただし、

$$X = \sum_{i=1}^n x_i$$

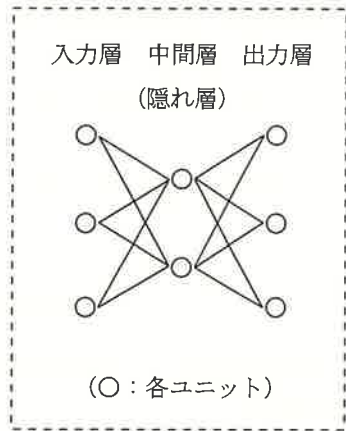
のように数値演算を行う。



2. ネットワーク構造

人工ニューロンのユニットを論理的に組み合わせ全体として高次で大きな計算式を作り上げたものが、ニューラルネット・モデルである。

階層構造型ニューラルネットワーク（右図）は、PDP理論(Parallel Distributed Processing)に基づくもので、入力層、出力層、さらに非線形な事象の識別を強化する中間層（隠れ層）の3層構造にユニットを専門組織化して配列したものであり、現在のところは組織化を行わずに各ユニット間で信号を授受させる相互結合型ニューラルネットワークよりも実用的であるといわれる。

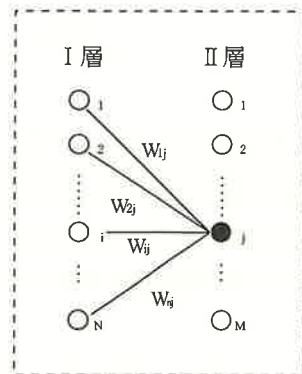


階層構造型ニューラルネットワーク・モデル

3. フォワード・プロパゲーション

ニューラルネット・モデルの計算式に入力値を与え、計算結果を得ることをフォワード・プロパゲーションという。今、階層構造型ニューラルネットワーク・モデルの第I層（ユニット数 N ）の各ユニットから出力された信号が、第II層（ユニット数 M ）の特定のユニット II_j に信号として伝達され、この II_j より出力される際のフォワード・プロパゲーションについて考える。

第I層の任意のユニット I_i ($i=1, 2, \dots, N$)より出力される信号値 Y_i は、シナプスのウェイトベクトル W_i ($w_{i1}w_{i2}\dots w_{ij}\dots w_{im}$)に



第I層から第II層への伝達層

応じて分岐して、第Ⅱ信号の各ユニットⅡ_j (j=1,2,...M) に比例配分される¹⁾。

したがって、第Ⅱ層の特定のユニットⅡ_jに入力される信号値の合計Z_jは

$$Z_j = \sum_{i=1}^N Y_i w_{ij} \quad (2)$$

Y_i に(1)の関係を代入すれば、

$$= \sum_{i=1}^N \frac{w_{ij}}{1 + \text{EXP}(-X_i)} \quad (3)$$

さらにフォワード・プロパゲーションにより、ユニットⅡ_jよりの出力値O_jを求めれば、

$$O_j = \frac{1}{1 + \text{EXP}(-Z_j)} \quad (4)$$

Z_j に(3)の関係を代入すれば、

$$= \frac{1}{1 + \text{EXP} \left\{ - \sum_{i=1}^N \frac{w_{ij}}{1 + \text{EXP}(-X_i)} \right\}} \quad (5)$$

本研究で用いるニューラルネットワーク・モデルは入力層と出力層の間に中間層を置くので、さらに第Ⅲ層(ユニット数L)を付け加える。ユニットⅡ_jからの出力信号値についてのシナプスのウェイトベクトルをW_j (w_{j1}w_{j2}...w_{jk}...w_{jl})とすれば、第Ⅲ層の特定のユニットⅢ_kへの入力信号値はP_kは、

$$P_k = \sum_{j=1}^M O_j w_{jk} \quad (6)$$

1) 入力層の第i番目のニューロンI_iから分岐するシナプスのウェイトは、ベクトルであるが、入力層と中間層とを連結するシナプスのウェイトは行列の次元をもつ

O_j に(6)の関係を代入すれば、

$$P_k = \sum_{i=1}^M \left\{ \frac{W_{jk}}{1 + \text{EXP} \left\{ -\sum_{i=1}^N \frac{W_{ij}}{1 + \text{EXP}(-X_i)} \right\}} \right\} \quad (7)$$

さらにフォワード・プロパゲーションにより、ユニットⅢ₁よりの出力値 Q_1 を求めれば、

$$Q_1 = \frac{1}{1 + \text{EXP}(-P_k)} \quad (8)$$

P_k に(7)の関係を代入すれば、

$$= \frac{1}{1 + \text{EXP} \left\{ -\sum_{i=1}^M \left\{ \frac{W_{jk}}{1 + \text{EXP} \left\{ -\sum_{i=1}^N \frac{W_{ij}}{1 + \text{EXP}(-X_i)} \right\}} \right\}} \right\}} \quad (9)$$

が得られる。

4. 学習過程 (バック・プロパゲーション)

(1) ニューロ学習

ニューラル・ネットワークでは、教師信号と呼ばれるデータ・ベクトルを与えてトレーニングを繰り返すうちに、入力信号のパターンを認識して教師が示すのと同様な出力をするようになる。このように経験を重ねネットワークを整えていく過程をニューロ学習という。

まず、入力層Ⅰ ($I_1, I_2, \dots, I_L, \dots, I_1$) および出力層Ⅱ ($\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_j, \dots, \Pi_j$) の2層からなる階層構造型ニューラル・ネットワークにおけるニューロ学習を考える。

入力層 I および出力層 II は、入力値信号ベクトルが与えられると、それぞれ、フォワード・プロパゲーションを行い、出力値ベクトルが計算される。ただし、入力層 I の各ユニットからの出力と出力層 II への入力の間には、パラメータとなるシナプスのウェイト (加重) 行列 $W (I \times J)$

$$W = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & \cdots & W_{1j} & \cdots & W_{1I} \\ W_{21} & W_{22} & \cdots & W_{2j} & \cdots & W_{2I} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ W_{i1} & W_{i2} & \cdots & W_{ij} & \cdots & W_{iI} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ W_{J1} & W_{J2} & \cdots & W_{Jj} & \cdots & W_{JI} \end{bmatrix} \quad (10)$$

が介在している。

ニューロ学習では、出力層 II に教師信号ベクトル $T (t_1, t_2, \dots, t_k, \dots, t_K)$ が与えられると、入力層 I への入力信号値ベクトル、 $X (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_I)$ をうまく結びつくようにシナプスのウェイト (加重) 行列 W が調節される。

さらに中間層を付け加えれば、出力層から逆算して、2つのウェイト行列調整され、入力信号のベクトルから教師信号のベクトルへの写像が形成される。このようにニューロンの機能をシナプスのウェイト行列をパラメータとする、非線型システムとして考えるとき、パラメータ行列に関する同定問題を解くことを学習という。

(2) 誤差伝達アルゴリズム (バック・プロパゲーション)

外生的に与えられる教師信号ベクトル T をニューラルネットワークにおいて出力すべき理想値とする。ニューロ学習とは、出力値ベクトル Q を T に近づけていくために、シナプスのウェイト行列 W を微小に変化させながら調整していく過程をいい、これは教師信号ベクトルと出力値ベクトル間の誤差平方和を目的関数として、シナプスのウェイト行列を変化させる非線型な準最適値探索問

題として位置づけられる。

入力層Ⅰ、中間層Ⅱ、出力層Ⅲのユニット数を、Ⅰ、Ⅱ、Ⅲとし、中間層、出力層の出力関数 $F(X)$ にシグモイド関数を用いると、

$$F(X) = \frac{1}{1 + \text{EXP}(-X)} \quad (11)$$

$$\text{中間層Ⅱ}_j \text{ の出力値} : O_j = F(Z_j) \quad (j=1, 2, \dots, J) \quad (12)$$

$$\text{出力層Ⅲ}_k \text{ の出力値} : Q_k = F(P_k) \quad (k=1, 2, \dots, K) \quad (13)$$

ただし、

$$\text{中間層Ⅱ}_j \text{ への入力値} : Z_j = \sum_{i=1}^I Y_i w_{ij} \quad (j=1, 2, \dots, J) \quad (2)$$

$$\text{出力層Ⅲ}_k \text{ への入力値} : P_k = \sum_{j=1}^J O_j w_{jk} \quad (k=1, 2, \dots, K) \quad (6)$$

学習による出力層Ⅲからの出力値を Q_k とすれば、教師信号 T_k との誤差平方和 $2E$ は

$$2E = \sum_{k=1}^K (T_k - Q_k)^2 \quad (13)$$

このとき、最急降下法によって、 w_{ij} 、 w_{jk} について、 E のヘシアン行列 H を求める。

$$\partial E / \partial w_{ij} = \frac{1}{2} \partial \left\{ \sum_{k=1}^K (T_k - Q_k)^2 \right\} / \partial w_{ij} \quad (14)$$

$$= \frac{1}{2} \partial \left\{ \sum_{k=1}^K \{T_k - F(P_k)\}^2 \right\} / \partial w_{ij} \quad (15)$$

$$= - \sum_{k=1}^K e_k F'(P_k) * \{ \partial P_k / \partial w_{ij} \} \quad (14)'$$

ここで、(6)式において、 O_j は中間層からの出力値であったから、

$$O_j = F \left\{ \sum_{i=1}^I Y_i w_{ij} \right\}$$

$$P_k = \sum_{j=1}^J F \left\{ \sum_{i=1}^I Y_i w_{ij} \right\} w_{jk} \quad (15)$$

$$\therefore \partial P_k / \partial w_{ij} = \partial \sum_{j=1}^J F \left\{ \sum_{i=1}^I Y_i w_{ij} \right\} w_{jk} / \partial w_{ij}$$

$$= w_{jk} F' \left\{ \sum_{i=1}^I Y_i w_{ij} \right\} Y_i$$

$$= w_{jk} F' (Z_j) Y_i \quad (16)$$

したがって、(14)' および(16)より、

$$\partial E / \partial w_{ij} = - \left\{ \sum_{k=1}^K e_k F' (P_k) \right\} * \{ w_{jk} F' (Z_j) Y_i \}$$

$$= \sigma_{jk} F' (Z_j) Y_i$$

ただし、

$$\sum_{k=1}^K e_k F' (P_k) w_{jk} \equiv \sigma_{jk}$$

以上より、求めるヘシアン行列（誤差平方和Eのシナプスのウェイトに対する勾配行列）は以下のように表現できる。

まず、中間層から出力層についてのヘシアン行列 H_{jk} は、

$$H_{jk} = \begin{bmatrix} \partial E / \partial w_{11} & \partial E / \partial w_{12} & \cdots & \partial E / \partial w_{1k} \cdots & \partial E / \partial w_{1K} \\ \partial E / \partial w_{21} & \partial E / \partial w_{22} & \cdots & \partial E / \partial w_{2k} \cdots & \partial E / \partial w_{2K} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \partial E / \partial w_{j1} & \partial E / \partial w_{j2} & \cdots & \partial E / \partial w_{jk} \cdots & \partial E / \partial w_{jK} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \partial E / \partial w_{J1} & \partial E / \partial w_{J2} & \cdots & \partial E / \partial w_{Jk} \cdots & \partial E / \partial w_{JK} \end{bmatrix}$$

従って、このヘシアン行列の成分が負の勾配になる方向に、ウェイト行列を変化させることによって、教師信号ベクトル T_k と、システムが予測する出力ベクトル Q_k との間の誤差を小さくすることができる。これをコンピュータ・プログラム上で最小になるまで反復（イタレーション）して、最適な組み合わせを探索するのである。

なお、最も基本的なモデルでは、第 t 回目のイタレーションによって修正するウェイト行列の成分 $w(t)$ の修正量 $\Delta w(t)$ は、前回（第 $t-1$ 回目）のイタレーションによる修正量 $\Delta w(t-1)$ を考慮して、以下のように決める。

$$\Delta w(t) = -\eta \cdot E / \partial w + \alpha \cdot \Delta w(t-1) \quad (20)$$

ただし、 η は修正係数

(3) 焼き鈍し（シミュレーテッド・アニリング）法

最急降下法による最適化の問題点として、最小値に到達する前に極小値が存在すると、そこでの微係数が0となってしまう、いわゆる局所誤差の谷に落ち込んでしまう。この解決策としては、いわゆる“焼き鈍し法”が知られている。すなわち、各ユニットからの出力が局所誤差に落ち込みそうになった場合、出力値にやや大きめの白色雑音（乱数）を加えて揺さぶりをかけてから、再度最適化を試み、収束を進めるのである。

(4) カルマン・ニューロ・トレーニング法

入出力 x 、 Y について、1つのユニットのフォワード・プロパゲーションを

$$Y = F(x) \\ = \frac{1}{1 + \text{EXP}(-X)}$$

とする。

ただし、入力値 x には、ウェイト・ベクトル W を用いた内積演算が組み込まれ、

$$x = WX$$

とすれば、出力値 Y は

$$Y = \frac{1}{1 + \text{EXP}(-WX)}$$

これを、信号の流れによる開ループ系として、出力に基づく FF 制御システムを考える。適用パラメータをWとすると、最急降下法に基づく出力値Yのウエイト・ベクトルW方向への勾配からの観測行列 \dot{Y} は、

$$\begin{aligned} \dot{Y} &= \frac{\partial Y}{\partial W} = \frac{\partial}{\partial W} \frac{1}{1 + \text{EXP}(-WX)} \\ &= \frac{-(-X) \text{EXP}(-WX)}{\{1 + \text{EXP}(-WX)\}^2} \\ &= \frac{X \{1 + \text{EXP}(-WX)\} - X}{\{1 + \text{EXP}(-WX)\}^2} \\ &= \frac{X}{1 + \text{EXP}(-WX)} \left\{ 1 - \frac{1}{1 + \text{EXP}(-WX)} \right\} \\ &= XY(1 - Y) \end{aligned}$$

カルマン・ゲイン (利得) Kは、次のように与えられる。

$$\begin{aligned} K &= P \dot{Y} [\dot{Y} P \dot{Y} + R]^{-1} \\ &= \frac{XY(1 - Y) P}{[XY(1 - Y)]^2 P + R} \end{aligned}$$

ただし、P、Rは、状態変数の誤差共分散行列、観測系での外乱行列で、 $P = \beta [I]$ 、 $R = [I]$ 、 $[I]$ は単位行列、また、 $P/R = \beta$ とする。

パラメータWの修正量 ΔW は、誤差にカルマン・ゲインを乗じて、以下に定まる。

$$\begin{aligned} \Delta W &= K (Y - T) \\ &= \frac{XY(1 - Y)(Y - T) P}{[XY(1 - Y)]^2 P + R} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{XY(1-Y)(Y-T)P/R}{[XY(1-Y)]^2 R/P + 1} \\
 &= \frac{XY(1-Y)(Y-T)}{[XY(1-Y)]^2 + \beta}
 \end{aligned}$$

IV. 経済分野における最近の研究動向

1. 概況

企業、行政、社会等の取り組む問題が、多様化、複雑化するに伴い、これら进行分析するための効率的、科学的な手法が求められてきた。代表的な従来の接近手法として、理論経済学と統計学とがあるが、L.R.クライン（1980年、ノーベル経済学賞）等の貢献により、両者を融合させた計量経済学的手法が開発され、コンピュータ技術の発達と相まって輝かしい成功をおさめてきた。

計量経済学的手法は、確かに状況判断や将来予測において強力な分析ツールとなるが、問題の構造、すなわち、原因と結果の因果関係がある程度解明されていることが前提となっており、いわば学者タイプの判断とも言えよう。一方、いわゆる職人のように技や仕事に関する科学的な理論を知らなくても、経験から直観的、本能的に状況を判断し、将来予測を誤らない道の名人と呼ばれる人々が存在する。このような匠の技をコンピュータで模倣させるのが、エキスパートシステムであり、ここで扱うニューラルネットワークも試行錯誤の学習によって名人が経験を積んで道を究めるが如く、判断や予測的中度を高めていくのである。

ニューラルネットワークでは、予め原因と結果との関数関係を設定する必要がない分、これまでは学習過程に膨大な時間を要したが、最近ではウィンドウズ対応の大容量コンピュータが普及し処理速度が飛躍的に向上しており、経済を複雑系として捉えようとする動きが活発化したことなども相まって、経済学研究の分析ツールとして頻繁に用いられるようになってきている。特に、国内の研究において、以前は予測や判断に用いる研究が大部分だったが、96年以降は行政政策や企業戦略の支援への導入しようとする試みもみられるようになって

いる。

以下では、ニューラルネットワークを用いた経済モデルについて、国内外の最近の研究動向を紹介する。

2. 国内における最近の展開

2-1. 「並列分散処理によるマクロ経済動態の比較分析」

鷲田 豊明(和歌山大学)、(mimeo,1990.10)

(内容)

複雑な景気動態を図式(スキーマ)化して把握することをテーマとし、相互結合(ホップフィールド)型のニューラルネットワークを用いた。具体的には、消費、設備投資、利子率などの様々な経済変動要因についての3つの状態(「上昇」、「下降」、「変化なし」と、景気の2つの局面(「拡大」と「後退」)との関係を学習させ、景気判断についてパターン認識することを試みた。さらに、日本とアメリカの景気変動局面にみられるスキーマの違いを比較分析している。

(分析モデルの特徴)

- ①相互結合型のネットワークモデルを用いており、第*i*ユニットから、第*j*ユニットへのウェイトを W_{ij} とすれば、逆方向からみたウェイトも対称になっている。すなわち、 $W_{ij} = W_{ji}$ を仮定しているため、ウェイトのパラメータ数は nC_2 となる。
- ②各ユニットの状態*V*を0または1で表現され、 $V = 1$ のときを「上昇」とする。
- ③フォワード・プロパゲーションの関数に閾値 $= I_i$ とするステップ関数を用いており、変数の変化については標準偏差を基準として統計的に有為とされる場合に入力される。
- ④ネットワークのもつ状態評価にホップフィールドのエネルギー概念が用いられている。すなわち、ネットワークのある状態におけるエネルギー*E*を

$$E = -\frac{1}{2} \left\{ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_{ij} V_i V_j \right\} - \sum_{i=1}^n I_i V_i$$

(ただし、 V_i, V_j はユニットの状態(1 or 0)で、 I_i は閾値) で評価し、これを-1倍したものを“状態強度”と定義している。状態強度の大きさはユニットの活性化パターンの結合の強さ(スキーマ秩序の強度)を示し、強度が強いほど、図式化がはっきりした状態にあることを意味している。

⑤ネットワークの1つのユニット V_i の状態変化 ΔV_i に対するエネルギーの変化 ΔE は

$$\Delta E = -\Delta V_i \left[\sum_{j=1}^n W_{ij} V_j + I_i \right]$$

で表される。ここで、第 i ユニットの状態変化方向への微係数を

$$\sum_{j=1}^n W_{ij} V_j + I_i = S_i \quad (S_i \text{ は域値 } I_i = 1 \text{ のステップ関数})$$

とおけば、

$$\Delta E = -S_i \Delta V_i$$

V_i の状態変化が $0 \Rightarrow 1$ 、 $1 \Rightarrow 0$ いずれの場合にもエネルギー E の減少を示す。

⑥ベクトル $[V_1, \dots, V_n]$ をあるスキーマに対するユニットの活性化パターンとし、成分のうち、活性化している第 i ユニット V_i に着目する。このユニット V_i への他のユニット V_j ($i \neq j$)からの入力総和をユニット負荷 L_i とする。

閾値 $I_i = 0$ の時のユニット負荷をもとに

$$L_i = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n W_{ij} V_j$$

を局所状態強度(スキーマの強度)と定義している。なお、この大きさは、全体のスキーマに対する各スキーマの重要度を意味している。

なお、局所状態強度と全体の状態強度(あるいはネットワークのエネルギー)との関係は

$$\sum_{j=1}^n L_j V_j = -E$$

であり、したがって、値1を保持するユニットの負荷を全て集計したものが、ネットワークのエネルギーの絶対値となる。

⑦ユニット V_i および V_j 間のウェイト W_{ij} は、これらのパターンについての時系列的な相関係数を示す。

(分析結果)

- ①日本の短期的な景気動向は、貨幣供給量の変化率や利子率など、貨幣的要因と強い状態強度をもっており、GNPなどよりも貨幣的要因の変化によって捉えることが妥当といえる。一方、アメリカでは貨幣的要因の影響は低い。
- ②日本の短期的な景気動向は、輸入の変化率からはスキーマを規定しにくく、短期的な景気動向の指標としては最も不適切である。一方、アメリカでは強度は非常に高い。
- ③日本の短期的な景気動向は、消費よりも投資の方が局所状態強度が弱い。なお、この理由として、投資の場合は短期的な景況との関係でラグの存在を無視できないこと、投資は景況と独立的色彩の強い有効需要であることが挙げられる。
- ④アメリカの短期的な景気動向では、状態強度が日本よりも高く、スキーマが顕著で安定的である。
- ⑤日本の短期的な景気動向では、景気拡大局面で在庫処分の形で在庫調整が積極的に行われるのに対し、アメリカでは、積み増しが行われる。
- ⑥日本の短期的な景気動向では、政府支出は景気拡大局面に先行して（あるいは同じ歩調で）景気刺激策として積極的に行われるのに対して、アメリカでは下降する。
- ⑦アメリカの短期的な景気動向では、輸出変化率が有効需要としての性格を直接に表している。
- ⑧以上のような1年間のデータに基づく分析を、各年毎に繰り返し時系列的に

みると、景気の拡大・後退の年はスキーマの連結強度から読み取れる。そして、スキーマは日本よりもアメリカで顕著であり、景気後退が1974年、拡大が1976年、1983年に表れている。

(今後の課題)

- ①ホップフィールド型のモデルでは、ネットワークのエネルギーを低下させる場合、局所的な極小値への収束を回避することが困難である。この論文ではユニット数、データ数が小さいため、乱数系列を発生させ、大域的な極小値への収束を確認している（揺さぶり法を用いた対処）。
- ②大量のユニット数、多期間にわたるデータの解析にはボルツマン・マシン型のモデルを用いる必要がある。
⇒(2-5)「環境・エネルギー・成長の経済分析」1994.10 ではこの課題を克服している。

2-2. "Support system for the Regional Economic Forecasting"

鷺田 豊明 (地域経済予測サポートシステム講演会資料 1992.5)

①内容

全国の個人消費、住宅投資、設備投資、在庫品について、ニューラルネットを用いた学習により、来期、来々期、来々々期（3四半期先）までを予測した。

②利用したデータ

1969-1/4から1991-4/4までの四半期データ

民間最終消費支出、民間住宅投資、民間企業設備投資、在庫品（増加の累計値）輸入等、政府最終消費支出、公的投資、輸出等（いずれも経済企画庁国民経済計算）公定歩合（日本銀行）

なお、これらのデータの前期比を用いた。

③予測に用いたニューラルネット

・ネットワークタイプ；階層型

3層	}	入力層 = 9
		中間層 = 18
		出力層 = 3

経済統計学におけるニューラルネットワークの導入

- ・学習方法；バックプロパゲーション（ウェイト、閾値変化）
1986/1/4から1990/4/4までの5か年20期について2000回学習
- ・伝達関数；シグモイド関数
- ・層間結合タイプ；全結合
- ・入・出力値；0～1（例えば0.1234等の小数值も使用可能）

④予測結果について

- ・内挿予測については、民間最終消費、民間企業設備投資ともほぼ3期先までの中。
- ・在庫品ではかなり良好だが、民間住宅投資では長期予測になるほど誤差が拡大。
- ・外挿予測については、民間最終消費、民間企業設備投資は70年当時までかなり良好。在庫品、民間住宅投資では、長期予測になるほど誤差が拡大。

2-3. 「大型店売上の予測について」

鷲田 豊明（地域経済予測サポートシステム講演会資料 1992.5）

①内容

近畿地区の大型小売店販売額について、ニューラルネットを用いた学習により予測する。

②利用したデータ

可処分所得（近畿、1985.1～1992.2）
消費支出（近畿、1985.1～1992.2）
大型小売店売上（近畿、1985.1～1992.2）

③予測に用いたニューラルネット

入力層＝33
中間層＝10、12、15
出力層＝3（来月比、来々月比、来々々月比（3か月先までを予測））
各中間層において、1000回学習を実施。

④予測結果について

- ・データ・ソースは少ないが大型小売店販売額は比較的高い精度で予測できている。
- ・中間層の数を10、12、15と増やすに従い、予測誤差の幅は小さくなっている。

⑤問題点

- ・消費税の影響
 - ・花の博覧会の影響
 - ・冷夏・暖冬の影響
 - ・特に大型店については、新規出店の影響
- などの特殊要因があり、やや、明確なパターン認識ができなかった点に問題がある。

2-4. 「ニューラルネットによる近畿経済予測」

地域経済予測サポートシステム協議会[1991.4 ~1993.4]

中村（岡山大学）、近畿通産局、KIIS、大阪府立産業開発研究所ほか

(内容)

- ①経済予測について、まず、近畿地域の主要経済指標を用いた計量経済モデルを作成した。これをもとに経済変数間の関係を言語表現化し三段論法を用いた命題に置き換え、経済予測を行うエキスパート・システムを開発した（平成3年度）。
- ②国内の経済活動（消費、住宅投資、設備投資、在庫投資、輸入）についての年次予測を、計量経済モデルとニューラルネットモデルを用いて行い、予測結果を比較検討した（平成4年度）。

さらに、ニューラルネットモデルによる予測を四半期に発展させ、データ数を増やした場合の予測精度変化の検討と、金利が変化した場合の経済活動への影響についてのシミュレーション予測を行った（平成5年度）。

- ③ニューラルネット研究の今後の方向性について、非線形力学導入の可能性や時系分析の動向などを展望した（平成5年度）。

(分析に用いたニューラルネットモデル)

入力層 (N=9変数×3期間=27)、中間層 (N=10~14)、出力層 (N=5) の3層構造の階層型モデルを用い、中間層のニューロン数を変化させ、各々のニューロン数に対する推計結果を比較した。

入力データとして、9変数のうち輸出、公定歩合、政府支出、公的投資を外生的に与え、残り5つの内生変数については前期の予測値を用いた(現数値のデータに対して、基準年を100とした指数化⇒前期比変換⇒シグモイド変換といった1連の処理をした)。1970年度から1985年度までのデータで8000回学習を行い、未学習の期間である1986年度から1990年度までの経済予測を行った。

(結果)

- ① 計量経済モデル(数式)を三段論法を用いたエキスパートシステム(言語)へ構造変換する試みはインターフェースの問題があつて困難であることがわかつた。しかし、ニューラルネットを用いることによって、経済活動をパターン化して把握することは可能である。
- ② 計量経済モデルとニューラルネットによる推計精度を比べると、前者では大きなトレンドに従つた推計となつており、細かい上下動をフォローできていない。一方、後者では特に変動幅の大きい在庫や輸入についても非常にうまく実測値をフォローできている。さらに4期先までの将来予測についても、在庫や住宅投資において、前者では4つの予測値が直線上に乗っているのに対し、後者では複雑な動きを示しており、結果に顕著な違いがみられる。
- ③ ニューラルネットに年次の経済予測の精度について、学習済である1985年結果では、ニューロン数によらず推計値はほとんど実績値に一致した。しかし、未学習期間の86年度以降の領域では、ニューロン数の違いにより、ばらつきがあり、中間層のニューロン数を決定することが重要となることがわかつた。ただし、決定方法について一般的なルールは見つかつておらず、試行錯誤により結果を検討した。民間企業設備投資、民間住宅投資については、ニューロン数=10のものが傾向をよくとらえたが、ニューロン数=12では、

民間住宅投資および在庫品増加を除いて実績値に近い値が予測されたことから、91年度の予測にニューロン数=12を採用した。

- ④ 学習データについては、あまり期間が長すぎると過去のパターンを強く認識し過ぎてしまい予測精度が低下する。四半期予測であれば過去5年分程度にすること。また、長期のデータでは指数をそのまま用いるよりも前期比を用いること。
- ⑤ ニューラルネットによる予測では、来来期予測には来期予測の結果を用いるべきであり、このような繰り返しによる予測では、四半期データであれば1年先、年次データであれば3年先までの予測が限界である。

2-5 「環境・エネルギー・成長の経済構造分析産業連関分析とニューラルネットワーク」

鷺田豊明(和歌山大学)、植田和弘(京都大学)、長谷部勇一(横浜国立大学)、寺西俊一(一橋大学)ほか。(経済企画庁「分析 1994.10」)

(内容)

地球環境問題について、環境・エネルギー・成長をめぐる経済構造問題から捉えている。第1部では、①日本国内の化石燃料消費効率についての1970年から1989年までの時系列分析、②1985年時点における英米独仏、マレーシア、インドネシア、タイについての産業連関表を用いたスカイライン分析による国際比較を行っている。

第2部では、一見ランダムな動きにみえる世界・地域別の人口成長動態、経済成長動態、農業・食料の動態、エネルギー消費の動態とこれらの相互の関係について、ニューラルネットワークを用いてパターン分析している。なお、ここでは、ニューラルネットワークの手法を用いている第2部についてのみ要約する。

(分析モデルの特徴)

- ①前掲の「並列分散処理によるマクロ経済動態の比較分析」(鷺田 豊明 1990.10)では 学習の手法として、ホップフィールド型、すなわち、“ネットワークのエネルギー極小化”の概念を用いており、今後の課題として、ロー

経済統計学におけるニューラルネットワークの導入

カル・ミニマムではなくグローバル・ミニマムを求めるボルツマン・マシンの考え方に基づくモデルの開発を提案していた。今回の「環境・エネルギー・成長の経済構造分析」では、ボルツマン・マシンの考え方に基づくモデルを用いており、残された課題をクリアした発展的なモデルとして位置づけられる。

- ②ボルツマン・マシンでは、ユニットの状態変化に確率を介在させている。すなわち、第*i*ユニットへの入力値*S_i*に対して、ユニットが1をとる確率*P* (*U_i* = 1) および 0をとる確率*P* (*U_i* = 0) を、次のように与える。

$$\begin{cases} P[U_i = 1] = \frac{1}{1 + \text{EXP}(-S_i/T)} \\ P[U_i = 0] = 1 - P[U_i = 1] \end{cases}$$

ただし、*T*は温度と呼ばれる正の定数のパラメータであり、*T*を固定すると*S_i*に対する*U_i*の確率分布はボルツマン分布となる。温度*T*を∞に近づければ入力値*S_i*によらず確率は0.5に近づき、ランダムな出力をする確率が高まる。逆に温度*T*を徐々に下げていくとホップフィールド型モデルに近づく。そして、ある一定のゆっくりした下げ方をすると、必ずグローバルなエネルギーの最小点に収束することが数学的に証明されている（焼きなまし法もしくはアニリング法）。

- ③あるユニット*i*が他のユニット*j* (*j* ≠ *i*) から入力する値*u_j*をウエイト*w_{ij}*をかけて合計したものをユニット負荷、*L_i*とする。

さらに、1を保持するユニットのユニット負荷を全て合計したものの半分をパターン強度*P*とする（ネットワークのエネルギーの絶対値|*E*|に等しい）。すなわち、

$$L_i = \sum u_j w_{ij} \quad (\text{ユニット負荷})$$

$$P = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n u_i L_i = |E| \quad (\text{パターン強度})$$

- ④パターン強度 P はモデルの説得力を表し、ユニット負荷は構造的にパターン化されたモデルに占める、あるユニット i のもつ重要度を意味する。これらの分析指標を用いる。

(分析結果)

1. 地域別の分析 (クローズド・モデル)

アフリカ、アジア、ヨーロッパ、日本、ラテンアメリカ、北米、オセアニアの3年分の経済の拡張基調のパターンについて、パターン強度から分析している。

- ①アフリカでは、輸出入のユニット負荷が高い。工業基盤は増大傾向にあるがユニット負荷は弱く人口のユニット負荷を越えられない。農業生産と工業生産の相互に逆行的な動きなどの特徴があり、地域内の自律的な発展パターンを十分にもっていない状況にある。
- ②アジアでは、自律的工業化の胎動が認められる。工業生産と電力消費のユニット負荷が大きく、人口増加率の低さもユニット負荷となっておりあらわれる。中国の人口抑制策が影響しており、詳細な分析では細かい地域分割が必要であるとしている。
- ③ヨーロッパでは、バランスのとれた経済拡大パターンとなっているが、エネルギー部門のユニット負荷が大きく、環境問題対策においてエネルギー使用の抑制が課題となる。
- ④日本では、ヨーロッパと類似しているが、穀物生産の停滞やエネルギー消費のユニット負荷がより顕著となっている。
- ⑤ラテン・アメリカの特徴は、消費者物価におけるインフレーションにのりため、経済拡大に対する逆行的関係がみられる。
- ⑥北米では、経済拡大の明確なパターンがはっきりととらえられない。これは世界的な関連性が強く、地域的な特色が薄いためである。
- ⑦オセアニアでは、農業生産力の高い地域でありながら、農業、穀物の経済拡大のパターンへの貢献は低く、GDPや工業生産指数の貢献が高い。この理由として、この地域では農業拡大期を過ぎたことや、変化の波が大きいことなどをあげている。

2. 統合モデルによる分析（オープンモデル）

それぞれの地域モデルを連結した世界リンクモデルを用いた。ただし、地域間のウェイト付けには11変数について8地域間の相関係数を用いている。

- ①アフリカで、連結しても単独モデルと同様で、人口増加に対する経済基盤が不安定。
- ②アジアは、連結すると人口増加とGDPの負荷が拡大し、輸出入の負荷が縮小。これは、多様な諸国を含むため、特に産油国や社会主義国の成長は世界経済の動きに独立的。
- ③日本およびヨーロッパは、単独モデルと同様、典型的な拡大パターンがみられ、世界を主導してきたことがうかがわれる。
- ④ラテンアメリカは、単独の時とかわらず世界との結びつきが弱く、独自の成長路線。
- ⑤北米は、単独モデルと逆のパターンとなり、輸入の負荷が拡大し世界貿易を支えているものの、供給面での伸び悩みが課題となっている。
- ⑥オセアニアは、単独に比べ、農業、輸出が増加するなど、拡大傾向となる。

3. 炭酸ガス排出を削減しながらのGDP成長経路について

- ①世界計では、縮小パターンが起りやすく環境保護と経済発展との両立は難しいが、電力、農業が若干増加し、化石燃料に依存しない形での経済成長の姿が現れた。
- ②アジアでは、問題なく経済拡大パターンが現れる。
- ③アフリカ、オセアニアでは、縮小、拡大のいずれのパターンになるか不安定である。
- ④日本、ヨーロッパ、中南米では、後退のパターンが現れやすい。

2-6. 「景気判断と帰納推論」

佐藤 英人 (1994.3)、東京国際大学 (ホームページ)

(1. テーマ)

経済企画庁が毎月発表する「月例経済報告」策定のプロセスを人工知能的プロセスで解明し、景気動向指数へのインプリケーションを提案している。なお、景気判断を雇用、鉱工業生産等の情報に基づく「分類問題」（拡大、底堅い、回復…）として扱っている。

（2. 分析モデル）

分類問題は、分類すべき対象についてその属性値が得られたとき、その対象が属するクラス（分類カテゴリー）を判定しうる分類規則を発見することを課題とする。この問題へのアプローチは、大阪大学社会経済研究所を中心とする「経済判断と人工知能」プロジェクト（代表者 = 筑井甚吉、1987～89年）の成果に基づいており、(1)統計学的な数量化法アプローチ、(2)人工知能的な帰納推論アプローチを比較検討している。

（1）数量化（Ⅱ類）法によるアプローチ

- ①分類対象の属性値を Y （ただし、 $Y = 1$ OR 0 ）、分類対象の持つ情報を I_1, I_2, \dots, I_n （ただし、 $I_j = 1$ OR 0 ）とする。
- ②属性値を情報による線型の式で説明できると仮定すれば、ウェイトにカテゴリースコア w_{ij} を用いて、

$$Y = w_{11} \cdot I_1(I_1=1) + w_{12} \cdot I_1(I_1=0) \\ + w_{21} \cdot I_2(I_2=1) + w_{22} \cdot I_2(I_2=0) \\ \dots\dots\dots \\ + w_{n1} \cdot I_n(I_n=1) + w_{n2} \cdot I_n(I_n=0)$$
- ③ Y の値（サンプルスコア）が、同じカテゴリーをもつ対象の群毎に明瞭に分かれるように w_{ij} （カテゴリースコア）を求める。

（2）Quinlan のルール抽出法（帰納推論法）によるアプローチ

- ①分類対象が持つ情報の重要度を、情報を知ることによって減少する分類判断上の不確実性の程度（獲得情報量）で評価する。
- ②不確実性の程度は、Shannon の情報量、すなわち、 $-\text{Log}_2$ 〔判断が的中す

経済統計学におけるニューラルネットワークの導入

る確率 P]で評価される。したがって、不確実性の期待値は、

$$E = [-\text{Log}_2 P - \text{Log}_2 (1 - P)] / 2 \quad \text{となる。}$$

- ③全ての情報 I について、獲得情報量を計算すると、その結果は決定樹に要約できる。

(3. 両アプローチの比較検討)

- ①数量化法では、属性に関する情報間で独立性を仮定しているのに対して、帰納推論法では、従属性を仮定している。なお、一般の観察データでは、従属性を仮定するのが自然である。
- ②ただ、帰納推論法では、決定樹を枝分けする過程でサンプル数が減少するため、確率誤差を含むデータでは分析結果の信頼性が小さくなってしまう。
- ③特に Quinlan のルール抽出法では、分類規則が簡潔明瞭であり（透明性）、システムの判断に対して専門家により補正されるメカニズムが組み込まれており、②に対応してる

(4. 景気動向指標へのアプリケーション)

経済企画庁の「月例経済報告」の判断データ（個人消費、住宅建設等10項目の日本語表現）から景気判断を表現するルールを帰納推論したところ、定式化が可能であることが示された。この手法は景気動向指標の作成に直接利用できるものではないとしながらも、この結果から以下の3点を提案している。

- ①従来の景気動向指標（DI, CI）では採用系列間の相互依存関係が予想されるため、場合分けによる帰納推論法（ニューラルネット）が有望である。
- ②景気の後退局面と回復局面では、別々にルール抽出をする必要が認められたことから景気の高谷で、同じ指標が同じウェイトをもつという従来の仮定を見直す必要がある。
- ③景気変動には、それぞれ固有の原因があり、景気後退（回復）のきっかけになる指標は異なる。指標の先行性を重視するなら、原因別に景気をパターン分けする必要がある。

エコノミストは、景気判断にあたり、過去の特定の事例との類似性によって景気の現状や先行きを判断することが多い。これは上述のパターン分けの有効性を認識しているためと思われる。

2-7 「ニューラルネットワーク・アプローチによる 経済分析モデルの概要と金融政策への応用例」

副島 豊(1996.8)、日本銀行金融研究所「金融研究」第15巻第3号
(研究内容)

中央銀行の行動では、局面によって同じ情報に対し異なった反応がみられ、完全情報、完全予見の下で、新古典派的な最適化行動の結果として政策決定がくだされるという、単純なものではなく、より複雑な過程が存在するようにみえる。ここでは、政策決定過程を、①経済情勢の認識（パターン認識）と、②それに基づく政策決定（経済情勢パターンと政策行為のマッチング）として捉え、ニューラルネットワークを用いて分析している。なお、①、②は一方方向に進むのではなく、逆方向へのフィードバックも働く。

(ニューラルネットワークを用いるメリット)

公定歩合操作を金利水準などの連続変数で説明するとしよう。引き締め局面と緩和局面において、高度成長期のボトムと安定成長期のピークにおいて、同水準の金利であっても、意味合いが異なるものの、従来の1変数の計量モデルでは判別できない。また、例えば金融引き締め局面に限定した場合でも、初期と最終期における金利引き上げの意味合いの違いや、一回の公定歩合操作での上昇幅、なども捉えにくい。

ニューラルネットワークを用いた分析では、公定歩合政策の時期、方向、変化幅とその結果決まる水準をすべて考察できるという利点をもつ。さらに、景気循環における上昇・下降局面、金融政策における引き締め・緩和局面では非対称性が存在する。ニューラルネットワークは、このような問題に対応しにくい回帰モデルの弱点を克服するものである。

(モデル)

- ① 公定歩合の四半期データに関して2系列の政策変数 d_{1t} 、 d_{2t} を次のように考える。

$$\text{質的政策変数系列 } d_{1t} \begin{cases} = 0.5 & (\text{当該期 } t \text{ に引き上げがあった場合}) \\ = 0 & (\text{ " 据え置いた場合}) \\ = -0.5 & (\text{ " 引き下げがあった場合}) \end{cases}$$

数量的政策変数系列 d_{2t} ; 当該四半期末の公定歩合水準

- ② 日本銀行が直面する経済情勢として、CPI で測ったインフレ率 π_t 、実質 GDP の成長率 y_t を用いる。また、これらの階差値を $\Delta \pi_t$ 、 Δy_t で表す。
- ③ 日本銀行を、経済環境 π_t 、 y_t 、 $\Delta \pi_t$ 、 Δy_t の4変数の観測値に対して、公定歩合操作 d_{1t} 、 d_{2t} の2つの政策変数を返す経済主体として、これらの関係を見る。
- ④ 1960-1から1995-1期までの四半期データを、3期間に分けて学習させる。

第Ⅰ期 (1960-1~1970-3) 高度成長期	} 日本銀行が指向する最適な経済状態 が変化している可能性を考慮した。
第Ⅱ期 (1970-4~1981-4) 高インフレ期	
第Ⅲ期 (1982-1~1995-1) 安定成長期	

(分析結果)

- ① 第一次、第二次の石油ショック期、円高不況期、平成不況期の公定歩合操作を観察したところでは、金融政策はインフレ率 π_t と実質 GDP の成長率 y_t との関係から機械的には発動されておらず、その時々「総合判断」に基づいて発動されたようにみえる。
- ② π_t 、 y_t の2系列の経済情勢のデータだけから、公定歩合操作のタイミングやその水準 d_{2t} までがかなり高い精度で求められている。特に引き上げ、引き下げ予測は良好。③ 各時点における日本銀行の意思決定パターンについて、経済情勢 π_t 、 y_t と公定歩合水準 d_{2t} との関係を3次元グラフに投影すると、 π_t 軸方向に正の勾配をもつS字状の局面となる。つまり、インフレ率が高水準または低水準にあるときは公定歩合の変化は小さいが、インフレ率が高水準から低水準へまたは逆方向に変化しようとするときに、公定歩合が大きく操作されている。

また、 π_t が低水準にあるときは、 y_t が寄与し、特に1991年以降の景気後退局面では、実質経済成長率の低下が公定歩合引き下げに強く寄与している。

- ④先の3次元グラフについて、等高線断面図をみる。密になった部分は公定歩合を大きく操作していることを示している。経済情勢変化に対する政策発動の感応性は時により、異なっている。

(今後の課題)

- ①中央銀行の経済情勢認識と政策決定の関係は解明されたが、内部の政策決定過程はブラックボックスのままとなっており、両者について個別に分析する必要がある。
- ②経済情勢に関する中央銀行のステートメントは抽象化されていて、統計値等との対応には曖昧さや解釈の余地を残す。この点についてはファジー理論を組み込んだ手法を適用することが今後の課題とされる。

(金融関連の開発事例)

企業名	概要
日興証券	・債券格付けシステム「BRAINZ」。学習後のネットを解析して格付けの背景を説明 ・東証株価指数のリターン予測。1か月以上の長期的な売買が対象。現在は、ファンド運用アドバイスに利用（92年9月から運用）。
大和証券	・株式売買システム「NEURO-PORT」。株式相場指標を基に。株式売買のタイミングを予測（90年3月から運用）。
大和総研	・株価予測システム。株価予測システム。過去の株価変動パターンの学習に基づく予測。暴落率に変換して入力（試作済）。
日本長期 信託銀行	・債券格付けシステム。社債未発行の企業の格付けを行う。12種類の定量的データを入力（95年5月から運用）。 ・米国企業格付け予測システム。上記国内企業向けシステムがベース。財務計数を入力（92年4月より米国で運用）。

経済統計学におけるニューラルネットワークの導入

- 第一勧業 銀行 ・ 債券先物相場予測システム。10数項目のデータから1～5日後の相場利回りを予測（91年初めより運用）。
- ・ 米国先物(CBT) 利回り予測システム。先行き3日間の終値と上げ下げを予測

原注：日経インテリジェントシステム1992年夏号より（一部改正）。

2-8. 「多地点間最適配車計画の策定に関する研究」

下条哲司（甲南大学）、高橋稔治、西下容史（甲南大学大学院生）
関西経済研究センター（1997.12）

(1) 概要

トラック業界の現状を踏まえた上で、配車計画、輸送の集約化・直送化などの効率策においてコンピュータ利用が未熟であることを指摘している。

(2) モデルの定式化

複数の地点から複数の地点へ物資を輸送する場合で、輸送量当たりの費用が決まっている場合に総輸送費用を最小化する計画を求める問題を輸送問題という。

ここでは、輸送貨物、輸送手段を、それぞれ、〔重量、出荷地、仕向地〕、〔最大積載量、移動コスト、現在地〕の3次元ベクトルで具体的な数値で与える。膨大な計画の中から総費用を最小化する計画を探索する。

(3) アプローチ手法

輸送問題へのアプローチとして、①OR、②近似アルゴリズムがある。

①による輸送問題（代表的なものは巡回セールスマン問題）では、全ての組み合わせを計算しないと正解が求まらず、NP完全問題といわれる。

②は問題解決の最適解ではなく、近似解を求めるもので、ランダム多スタート局所探索法、遺伝的アルゴリズム、焼きなまし法、ニューラルネットワーク、タブロー・サーチを紹介している。

(4) 最適配車計画

定式化された輸送問題について、最適解は分かったものの、アルゴリズムを用いて解けていない。これを今後の課題としている。

3. 海外における最近の展開

3-1. 「ブラジル株価のニューラルネット分析 “テキーラ効果” 対 “ピスコサワー効果”

"A Neural Network Analysis of Brazilian Stock Prices:Tequila Effects vs. Pisco Sour Effects"McNelis, Paul D. "Journal of Emerging Markets 1-(2)" (1996. Summer)

この論文では、合衆国およびラテンアメリカの証券市場におけるショックに対するブラジル株の株価の反応を、非線形ニューラルネットワークの手法とともに伝統的な線型手法を用いて検証している。

分析方法では、国々を跨いでの日休効果の影響を修正するために、日次の株価データに対して、“ギャラントーロッシートウシェン・フィルター”を利用している。

分析結果では、メキシコや合衆国とは対称的にチリの証券市場が、ブラジル株価指数の動きの重要な決定要因となっていることが示された。

3-2. 「労働政策の最適化のためのニューラルネットワーク・モデル」

"Modello di rete neurale per l'ottimizzazione delle politiche del lavoro" Mancuso Stefano "Economia e Lavoro 29-(3)"(1995.7-9.)

この論文では、ニューラルネットワークのアイデアに基づいた労働市場計画をめぐる政府と貿易商社間の交渉モデルを提案し、ダイナミック・ゲームによるシミュレーションを示している。

最後に、シミュレーションに用いられた実際のニューラルネットワークが示され、2つの経済主体の間の複数の均衡が収束することについても示されている。

3-3. 「財政政策と金融政策の優劣をめぐる、ニューラルネットワークと計量経済学との比較」

"A Neural Network and Econometric Comparison of the Relative Importance of Fiscal and Monetary Actions"

Shaaf Mohamad "Studies in Economics and Finance; 17-(1)"(1996.Fall)

この研究では、GNPに対する財政政策と金融政策の重要性を探索するために、ニューラルネットワークと計量経済学のモデルを用いている。

分析結果では、①財政政策の方が金融政策よりも影響力が大きいこと、②ニューラルネットワークによるGNP予測は、計量経済学的なアプローチによるものよりも正確であり、分散も小さいことを示唆している。

3-4. 「個人消費支出の予測 計量経済モデルとニューラルネットワークモデルの比較」

"Forecasting Consumers' Expenditure; A comparison between Econometric and Neural Network Models" Church Keith.B, Curram Stephen.P "International Journal of Forecasting 12-(2)"(1996.6)

この研究の動機は、予測者たちにとって1980年代の個人消費支出の増加率低下を予測することが困難であったことである。計量経済学の4つの競争力をもった説明力についての仕様書は模写されているし、統計学的な予測でも現実の成果と比較される。したがって、同じデータをニューラルネットワークにも用いられる。問題となるのは、ニューラルネットが与えられたデータセットから計量経済学的なアプローチ以上のことを引き出せるかということである。

ニューラルネットワークモデルでも、1980年代後半からの消費の増加率を計量経済学モデル同様に描けることが示されたが、これを越えるものではなく、小数のデータ点に直面すると頑健的になることがわかった。どちらのアプローチをとるにせよ、最終的な結果を決定するのは、説明変数の選択技術である。

3-5. 「大統領たちは金融政策に影響を及ぼしてきたか」

" Have Presidents Influenced Monetary Policy?"

Smith Paula.A, MacLin Otto.H "Studies in Economics And Finance 16-(1)
"(1995.Fall)

この論文では、連邦準備局総裁の行動を調査するために、実験心理学に基づく設計にニューラルネットワークを統合させている。

意思決定には、大統領の政権の影響を受けており、特にケネディー、ジョンソン政権ではより分かりやすい政策へと導かれていることが証明された。

3-6. 「職探しにおけるメイクスパン最小化問題へのニューラルネットワークアプローチ」

"Neural network Approach for Minimizing the Makespan of General Job-Shop"
Satake Tsyoshi, Morikawa katsumi, Nakamura Nobuko "International Journal
of Production Economics;33(1-3)"(1994.1)

ニューラルネットワークアプローチによる、職探しスケジュールにおけるメイクスパンを最小化を提案しており、ホップフィールドの相互結合型ニューラルネットワークを用いて接近している。伝統的なニューラルネットワークによるアプローチとは対称的に、このモデルでは遅れを伴わないスケジュールを作成するために、ニューロンが変化する度にいき値を変化させており、加えて職探しに係わる制約条件を具体的に与えている。

改良したことによってモデルは非最適解に行ってしまうかもしれない。そこで、ボルツマン・マシンに基づき、ネットワークの温度を上昇させ、明示されたテスト回数の中でより良好な解が得られるまで他のスケジュールを探すのである。

実験を何回か試したところ、15問中、10問程度は最適に解けるようになり、残りの5問についてもそこそこの計算回数の中で最適に近い解がえられた。

3-7. 「ニューラルネットワーク手法による景気循環における変換点の把握」

"Recognizing Business Cycle Turning Points by Neural Network"

経済統計学におけるニューラルネットワークの導入

Vishwakarma Keshav.P "Computational Economics;7-(3)"(1994)

さる1990-91年の景気後退は、過去50年のアメリカ経済において9番目の下降であった。このような大きな経済変動を監視する手法にはさらなる拡張の余地がある。ここでは、ニューラルネットワークの導入を提案し、説明のために事例研究も含めている。販売、生産、雇用、個人所得の4つの経済指標を検証している。

これらの変数に共通な成長率の動きは、動学的システム理論の状態空間モデルを用いて表されている。これらの1965-89年にわたる月次の時系列データは、シュミレーション分析されている。分析により認識された景気循環のピークとトラフの日付は、公式年表のものほとんど一致した。

3-8. 「経済・金融モデリングのためのニューラル・ネットワーク」(専門書)

"Neural Networks for Economic and Financial Modelling" Andrea Beltrtti, Sergio Margarita, Pietro Terna (University of Italy) International Thomson Computer Press (1996), 281 pages

橋本文彦(大阪市大経済学部)、深瀬澄(大阪経法大経済学部)、金井弘之(土木工学技師)、久米井淳子・牛一虹(大阪市大後期博士課程)で翻訳中。

第1章 ニューラルネットワークと遺伝的アルゴリズム

第2章 経済モデルと意思決定

第3章 ニューラルネットワークと経済学

第4章 クロス・ターゲット法

第5章 1 エージェント・モデル

第6章 1 集団モデル

第7章 多集団モデル

この文献については、桑井 [1998.9『資本市場における人工エージェントと経済モデルの発展』(大阪市大論集第92号)] によって概要がまとめられている。第5、6、7章の部分では、株式・金融市場の動きに関する分析例が示されている。ここで述べられているアイデアは、さらに広範な経済社会現象の分析に

応用の可能性をもっていると思われるのでポイントのみを紹介する。

エージェントとは、経済活動を営む1人の行動主体と考えられる。エージェントは多数存在し、各エージェントは全体としてみれば同質であるものの、個々にみれば若干の個性を持つ（モデル上ではパラメータの数値の違いで表現する）。このようなエージェントの集団をポピュレーションとする。これらのエージェント同士の相互作用によって1種類の集団からなる社会における経済現象が醸し出される。さらに行動の基準や目的が異なる複数の集団の間で相互に影響を及ぼし合うとき、経済現象はより複雑になる。

第5章「1エージェント・モデル」では、大きな株式市場における単独のエージェントの行動を説明している。プライス・テーカーであるエージェントは、現在までの株価の推移および経済環境に関する情報のセットを基に学習し期待株価を予想する。さらに、この予想も判断材料に含めて、行動を決定するが、結果の良否によってウェイトを修正し、学習により進化したエージェントとなる。なお、このモデルでは、期待株価を予想するネットワークと行動を決定するネットワークを直列に結合させたデュアルネットワークを用いていて、学習には遺伝的アルゴリズムGAsを用いている。

第6章「1種類の集団からなるモデル」では、複数のエージェントの間で相互に影響しながら株式を売買することによって株式市場価格が変動する現象を「計算論的なモデル」「慣習的行動型のモデル」の2つのタイプのモデルを用いて示している。

第1のモデルは、機械的な計算によるリスク中立的なモデルであり、エージェント i, j 間で翌日の株式の期待価格を比較し、高い価格を見込んだ方が低く見込んだ方から買い取る。両者の取引において価格は両者の期待価格の単純平均で定まり、同様に市場全体でも全エージェントが見込む期待価格の単純平均に定まるものとする。ニューラルネットの構造としては3層からなる階層型を用い、エージェントの学習能力の違いをロジスティック関数

$$Y = 1 / \{1 + E_{xp}(-G \cdot X)\}$$

におけるパラメータ G の違いを用いで表現している。すなわち、 G が高くなるかまたは0に近づくと、出力が X によらず硬直的となって学習能力が低いこと

を示し、dumb と定義する。2つの異なった集団、すなわち、dumb の割合が高いエージェントの集団と低い集団を考え、それぞれの市場価格、予想価格の分散をシュミレートし、エージェントの学習効果を見ることができる。

第2のモデルは、慣習的行動によるリスク回避的なモデルであり、期待収益が変化するときポートフォリオをある資産から別の資産に動かそうとする。エージェントは同質であるが学習能力が異なるものとする。その行動は、手持ちの貨幣量の制約の下で、①株式の買い手になりたいか売り手になりたいか、②取引数量をどれだけにするか、③売りたい最小価格、買いたい最小価格、を決定する。②において、買えるだけ買ったり売れるだけ売ったりしない点が第1のモデルとの大きな違いである。これは、ターゲット値の決定方法に依存し、例えば、買えるだけ買うとする設定と前期の取引量の平均値をとるよう設定することによりコーナー階を取らないようにできる。

第7章の「多種類の集団からなるモデル」では、異なる目標、異なる構造とネットワークのウェイト、異なる学習能力をもつエージェントからなる複数の集団を設定し、異質の集団間での相互作用や、これによるエージェントたちの環境に変化を分析している。

ここでの試みは、利子率、配当、バランスシートなどから意思決定を行う「ファンダメンタルなトレーダー」と、専ら身近な市場の動きを見て、いろいろな平均を取って売り買いの判断をするシグナルを見つける「技術的なディーラー」との間における相互作用と市場価格の変動の分析である。両者は異なる意思決定ルールを用いているが、共に富最大化という共通のゴールを目標としている。しかし、同一の市場価格に対して、別の判断をすることはあり得る。ディーラーが価格上昇局面で有効な戦略をとると、トレーダーは学習によって買いを増やし、ディーラーの株式シェアが低下する。ディーラーは富の蓄積が減少し戦略を変えて株価を低下させる。このように市場価格と株式シェアの相互作用によって、エージェントの戦略変更と市場価格の変動が観察される。

以上のように、経済現象を、予測の結果を情報としてインプットし、学習し行動するという連鎖を作り、生物的な組織として自己発展していくものとみすこともでき、ニューラルネットによる分析の可能性が期待される。