＜研究ノート＞

債券利回り諸指標の比較検討

――債券ディーリングに向けて――

土　橋　敏　光

わが国でも金融機関による債券の短期売買（債券ディーリング）が本格化してきた。債券は長期保有が原則であったかつての時代と比較すると180度の転換である。金融の自由化・国際化の環境の中で，自由金利商品が金融機関の負債・資本の両勘定において占める割合は急速に高まりつつある。企業の銀行借入れ需要の伸び悩みに直面して，金融機関は益々債券ディーリングを活発化させるものと思われる。債券ディーリングは長期保有と異なりリスクを伴う。従ってより一層綿密な計算が要求される。市場参加者が個人，企業などの素人を除くプロの金融機関であるから専門的で細かい戦略が必要となろう。最近のエレクトロニクス技術の発達と情報化の進展はこれに拍車をかける。

ところが債券ディーリングの収益評価尺度である「利回り」指標は多種多様であり，わが国では未だに単利方式の最終利回りおよび直接利回り指標が用いられているのが実情のようである。それらは簡便で実用的だが，欠点も多く正確な収益性尺度とは成り難い。このノートでは種々の利回り指標を比較検討することによってその意味する内容，利点と欠点，相互関連などを明らかにし，自由金利下の債券ディーリング時代にふさわしい利回り概念を探求する[1)]。

---

* 本稿は大阪経済法科大学研究奨励委員会の研究補助金を受けて執筆したものであることをここに記すと共に，当該委員会に謝意を表します。

1) 様々な利回り指標についての実務的な視点からの吟味は〔1〕,〔2〕,〔3〕,〔5〕,〔6〕,〔7〕,〔8〕などでなされている。

Ⅰ　債券の収益性指標

1　利回り指標の種類

債券投資の収益性を測る尺度として「利回り（yield）」が用いられるが，投資収益の源泉とそれを評価する計算期間―以後，評価期間と呼ぶ―の採り方，計算方式によって色々な利回り指標を区別することができる。債券収益は償還時点あるいは売却時点での元利金合計と購入時点での投資金額との差額であり，その源泉は３つに分類できる[2)]。

(1)　クーポン収入……予めその大きさが確定しているインカム・ゲイン

(2)　償還差損益（あるいは資本損益）……償還価格（あるいは売却価格）と購入価格との差

(3)　クーポンの再投資収入……償還（あるいは売却）以前に支払われたクーポン収入の再投資から得られる運用益

ところで，債券利回りの指標としてよく用いられるものを表１に掲示し[3)]，さまざまな期間の関係を図１に表している。以下において各利回り指標の内容，利点・欠点，相互関連について吟味しよう。

2　直接利回り

直接利回り（current yield）はクーポン収入のみを収益として評価する尺度

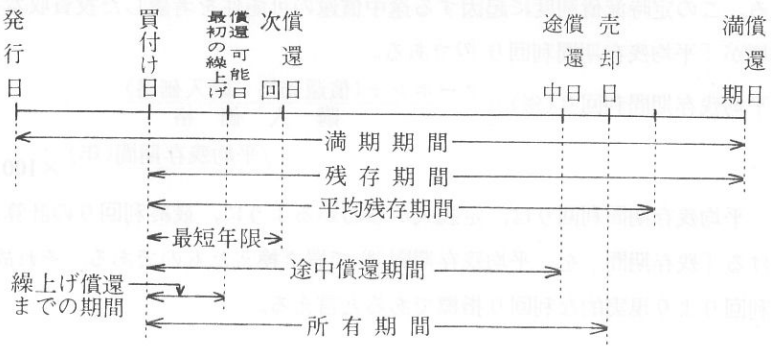
2)　債券売買に手数料や税がかかる場合にはそれらを考慮しなければならないが，本稿では無視する。また外貨建て債券に投資する時には，４番目の源泉として「為替差損益」がある。

3)　債券には割引債と利付債の２種類が，そして債券利回りには新規発行債対象の「発行利回り」と既発行債対象の「流通利回り」とがあるが，本稿では利付債の流通利回りのみを検討の対象としている。また欧米ではわが国と異なり複利計算が一般的であり，平均残存利回り，繰上げ償還利回り，所有期間利回りなども最終利回りと同様に複利方式で計算するものと思われる。しかしその計算方式は基本的には最終利回りのそれと同じであるから，本稿では単利方式のみを取り上げ複利方式は省略した。

表1 利回りの種類

収益評価尺度			収益源泉		
			クーポン	資本損益	再投資収入
期間の観念なし		直接利回り	○		
償還までの期間	最終利回り	日本式単利方式	○	○	
		米国式複利方式	○	○	○
		AIBD 式複利方式	○	○	○
	途中償還の利回り	平均残存利回り	○	○	
		最短年限利回り	○	○	
		途中償還利回り	○	○	
		繰上げ償還利回り	○	○	
任意投資期間		所有期間利回り	○	○	
		実効利回り	○	○	○

図1 さまざまな期間の関係



であり，経常的な収益を重視する投資家にとっては有用かつ重要な指標である。

$$\text{直接利回り}(\%) = \frac{\text{クーポン}}{\text{購入価格}^{4)}} \times 100$$

(1) この利回り指標では期間の観念は全く欠落している。それ故残存期間が

4) 買付け価格，取得価格ともいう。

大幅に異なる複数の債券を直接利回り（直利と略称される）によって比較することは，債券投資上の判断をミスリーディングにする恐れがある。

(2)　わが国ではいわゆる「直利指向」があると言われる。すなわち直利の高い債券は最終利回りが低く，逆に直利の低い債券は最終利回りが高いということが通常観察される。直利の低い債券は高い債券より相対的に人気が劣るから，それを補うために割増金（いわば，低直利プレミアム）が付き，最終利回りが高くなる。「人気が劣る」理由として次のことが指摘される。投資家は定期的な受取りキャッシュ・フローを実現するために手持ちの債券を売却する必要に迫られるが，その際直利の低いクーポン債だと資本損失を被る恐れがある。そのリスクに対するプレミアムが低クーポン債の利回りに上乗せされ，高クーポン債より最終利回りが高くないと引き合わないという投資家心理が働く[5]。

3　平均残存期間利回り

債券には定時減債制度（定時償還制度）が存在することが多い[6]。この制度下にある債券は満期日に償還されるとは限らず，満期途中で償還される可能性がある。この定時減債制度に起因する途中償還の可能性を考慮した投資収益率の指標が「平均残存期間利回り」[7]である。

$$\text{平均残存期間利回り}(\%)=\frac{\text{クーポン}+(\text{償還価格}-\text{購入価格})}{\text{購入価格}}\Big/\text{平均残存期間(年)}\times 100$$

(1)　平均残存期間利回りは，定義式からわかるように，最終利回りの計算式における「残存期間」を「平均残存期間」[8]で置き換えたものである。それ故，最終利回りより現実的な利回り指標であると言える。

---

5)　たとえば，山一証券経済研究所・山一證券(編)〔8〕，P.165。

6)　減債基金（償還基金 sinking funds）付きの債券がこれである。わが国の国債・金融債にはない。定時償還（定期償還）には（i）抽選によるもの（抽選償還），(ii) 予め償還される番号が決まっているもの（均等償還），の2方法がある。アメリカで連続償還債（serial bonds）と言われているものは均等償還される。

7)　「平均残存利回り」，「平均償還年限利回り」，「平均年限利回り」ともいう。

8)　「平均償還年限」，「平均年限」ともいう。

(2) 抽選償還の場合の平均残存期間利回りは，事前的には「確率的に平均的な投資効率」を表す指標である。従って，抽選償還のある銘柄を大量に購入する投資家にとっては，総合的に判断して平均残存期間利回りはほぼ確実に実現できる利回りであると言える。

(3) 個別の売買取引の成果を重視する投資家にとっては，抽選償還は投資効率を大きく左右するだけに大きな関心事である[9]。そこで平均残存期間がどれ位の長さになるかということとは別に，各々の抽選に当たった場合の利回りがいくらかになるかということも重要になってくる。実務的には直近の抽選償還日までの期間における利回り——最短年限利回りと呼ばれる——が利用されるようである。

$$\text{最短年限利回り}(\%)=\frac{\text{クーポン}+(\text{償還価格}-\text{購入価格})}{\text{購入価格}}\Big/\text{直近償還日までの期間(年)}\times 100$$

ところで

直近償還日までの期間≦平均残存期間≦残存期間

が成り立つから，最短年限利回り，平均残存期間利回り，最終利回りの間には次の関係が成立する。

i) オーバーパー債券　最短年限利回り≦平均残存利回り≦最終利回り

ii) パー債券　最短年限利回り＝平均残存利回り＝最終利回り

iii) アンダーパー債券　最短年限利回り≧平均残存利回り≧最終利回り

(4) 抽選償還銘柄で抽選に当たった銘柄の分析あるいは均等償還銘柄の収益性評価のために，任意の途中償還日までの期間（途中償還期間）における利回りが用いられる。この利回りは「途中償還利回り」[10]と呼ばれる。

$$\text{途中償還利回り}(\%)=\frac{\text{クーポン}+(\text{償還価格}-\text{購入価格})}{\text{購入価格}}\Big/\text{途中償還期間(年)}\times 100$$

9) それ故，抽選償還の有無が銘柄間の利回り格差を発生させる一つの要因となる。

10) 「中途償還利回り」とも呼ばれる。

4　平均残存期間の求め方

利回り計算のもとになる元本はストックとしての元本価値ではなく，フローとしての元本金額である。つまり，P円ではなくP円/年である。ここで１円/年とは１円の１年間にわたる流れである。投資元本が満期日に一括して償還される場合には，フローとしての元本金額の求め方は簡単であり，それは元本価値Pに満期までの残存期間tを乗じた値Ptになる。ところが，途中償還がある場合には元本のフロー金額の求め方は少々煩雑になる。図２において，現在(起算日)からt_1年間は据置期間でそれ以降途中償還があるものとする。いま，

P_i＝第i回の途中償還額面金額

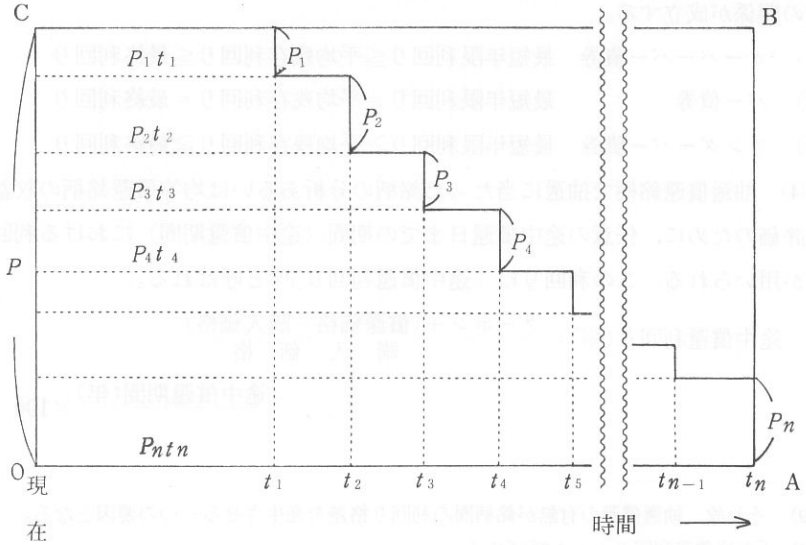
t_i＝現在から第i回途中償還までの期間（年数）

P_n, t_n＝満期償還額面金額と満期日までの残存期間（年数）

$P(=\sum_{i=1}^{n} P_i)$＝現存する債券額面金額総計

とすると，元本のフロー金額Xは図２から明らかなように

図２　平均残存期間の求め方



$$X=\sum_{i=1}^{n} P_i t_i$$

となる。元本の平均残存期間（年数）NはXを元本額面金額Pで割った商であると定義される。よって，

$$N=\frac{1}{P}\sum_{i=1}^{n} P_i t_i=\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{P_i}{P}\right)t_i \qquad (1)$$

となる。（1）式からわかるように，元本の平均残存期間は途中償還日および満期償還日までの期間を，その日に償還される額面金額の現存する元本額面金額総計に対する比率をウェイトとして加重した加重平均である。定時償還の場合には $P_i=P_j(i,j\neq n)$ だから，$P_i/P=w$，$P_n/P=w_n$ とおくと

$$N=w\sum_{i=1}^{n-1} t_i+w_n t_n \qquad (1)'$$

と単純化できる[11]。ここでw＝定時償還率－現存率 比率（定時償還額－現存額比率），w_n＝満期日償還率－現存率比率（満期日償還額－現存額比率）である。

5　繰上げ償還利回り

発行者が満期日前に随時償還できる繰上げ償還条項のある債券は満期日前に途中償還される可能性がある。従って，定時償還される債券が平均残存期間利回りを計算できるように，この種の債券は「繰上げ償還利回り（yield to call）」[12]を計算できる。

$$\text{繰上げ償還利回り}(\%)=\frac{\text{クーポン}+(\text{直近の繰上げ償還価格}-\text{購入価格})}{\text{購入価格}}\Big/\text{直近の繰上げ償還日までの期間(年)}\times 100$$

(1)　繰上げ償還日は前もって確定していないから，定時償還制度のように平均残存期間を算出することはできない。それ故，代わりに直近の繰上げ償還

11)　簡便法として次の式が実務上用いられているようである。①年1回定時償還がある場合 $N=t_n-\frac{1}{2}w(t_n-t_1+1)(t_n-t_1)$　②年2回定時償還がある場合

$$N=t_n-w\left(t_n-t_1+\frac{1}{2}\right)(t_n-t_1)$$

12)　随時償還利回り，任意償還利回りとも言われる。

可能日までの期間における繰上げ償還利回りが用いられることになる。

(2) 繰上げ償還価格（call price）は繰上げ償還時期によって変わるのが普通であり，繰上げ償還日から満期日までの期間が長い程繰上げ償還価格は高い[13]。それ故，繰上げ償還利回りは償還時期が早い程高く，遅くなるにつれて低くなる。繰上げ償還される記番号は通常抽選による。

(3) 同一債券の繰上げ償還利回りと最終利回りとを比較して小さい方をとったものを「最小利回り（minimum yield）」と呼ぶ。購入価格が異なれば最終利回りと繰上げ償還利回りの両方とも違ってくるから，2つのうちどちらが最小利回りになるかは購入価格によって決まる。ただし最終利回りと繰上げ償還利回りとは評価期間が異なるから，実際に使用する場合には注意が必要である。

6　所有期間利回り——一般方式と現先方式——

定時償還や繰上げ償還などの途中償還の可能性がない債券であっても，満期期限まで保有されるとは限らない。現金化や入替運用などの目的のために償還途中で売却されることはよくある。そこで任意の所有期間を想定して，その期間内における投資収益率を算定する必要が生じる。そのような収益性指標の一つが「所有期間利回り」である。

$$\text{所有期間利回り}(\%)=\frac{\text{クーポン}+(\text{売却価格}-\text{購入価格})}{\text{購入価格}}\Big/\text{所有期間(年)}\times 100$$

ところで所有期間が長期の場合には経過利子（accrued interest）を無視しても大きな誤差は生じないが，数カ月といった短期間の場合には経過利子の取扱い方で利回り計算に大きな差異が出てくることが考えられる。そこで所有期間利回りの計算方式として「一般方式」と「現先方式」の二つが使用されている。先に掲げた算式は一般方式によるものである。両方式を比較してみよう。

いま，r, r'＝それぞれ一般方式，現先方式による所有期間利回り，t＝所有期

13) 額面価値を上回る価格での償還を「プレミアム償還」という。

間(年)，P＝購入価格，Q＝売却価格，C＝年間クーポン支払い額，S＝実際の利息受取額，A＝買付け時経過利息，B＝売却時経過利息，a'＝次回利払い日までの期間（年）とすると，r，r' はそれぞれ

$$r=\frac{tC+(Q-P)}{tP} \tag{2}$$

$$r'=\frac{S-A+B+(Q-P)}{tP+a'A} \tag{3}$$

と表される。つまり現先方式の考え方は，買付け時に支払う経過利息を次回利払い時までは投資元本の一部とみなして利回りを算出するということである。ここで

$$A=\left(\frac{1}{2}-a'\right)C$$

$$B=\left(t+\frac{1}{2}-a'\right)C \qquad S=0 \qquad (a'>t>0)$$

$$B=(t-a')C \qquad S=\frac{C}{2} \qquad \left(a'+\frac{1}{2}>t\geqq a'\right)$$

$$B=\left(t-\frac{1}{2}-a'\right)C \qquad S=\frac{C}{2}\times 2 \qquad \left(a'+1>t\geqq a'+\frac{1}{2}\right)$$

$$B=(t-1-a')C \qquad S=\frac{C}{2}\times 3 \qquad \left(a'+\frac{3}{2}>t\geqq a'+1\right)$$

…… …… ……

となる。

$\infty>t>0$ の時　$S-A+B=tC$

ゆえに

$$r-r'=(tC+Q-P)\frac{\left(a'-\frac{1}{2}\right)a'}{tP\left\{\left(a'-\frac{1}{4}\right)^2-\frac{16tP+C}{16C}\right\}} \tag{4}$$

ところで

$$\frac{\partial}{\partial a'}(r-r')=\frac{tC+Q-P}{C}\cdot\frac{2\left(\frac{1}{4}-a'\right)}{\left(a'^2-\frac{1}{2}a'-\frac{tP}{C}\right)^2} \tag{5}$$

だから，

（i）　$\frac{1}{4}>a'>0$ の時　$\frac{\partial(r-r')}{\partial a'}>0$

（ii）　$a'=\frac{1}{4}$ の時　$\frac{\partial(r-r')}{\partial a'}=0$

（iii）　$\frac{1}{2}\geqq a'>\frac{1}{4}$ の時　$\frac{\partial(r-r')}{\partial a'}<0$

が成り立ち，$r-r'$ は $a'=1/4$ の時，最大値

$$r-r'=\frac{C(tC+Q-P)}{tP(16tP+C)} \qquad (6)$$

を取る[14]。また，

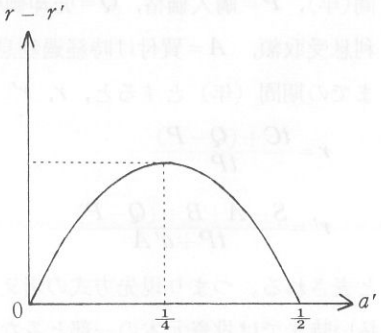


図3　一般方式と現先方式との利回り差

$$\frac{\partial}{\partial t}(r-r')=-a'\left(\frac{1}{2}-a'\right)C^2P^2\cdot\left[\left(t-\frac{Q-P}{C}\right)^2+\frac{(Q-P)\left\{a'\left(\frac{1}{2}-a'\right)C^2-(Q-P)P\right\}}{PC^2}\right]\Big/\left\{t^2P^2+a'\left(\frac{1}{2}-a'\right)tCP\right\}^2 \qquad (7)$$

となる。

ゆえに，両方式の関係について次のことがいえる。

① 現先方式は一般方式と比べて常に利回りが低く表現される。

② 2種類の利回りの差は債券買付けの時期によって異なる。買付け日が前後の直近利払い日の丁度中日にあたる時が差は最も大きく，どちらかの利払い日に近づくにつれて差は小さくなり，利払い日と一致する時にはゼロとなる。

③ 利回りの差は投資期間が短かい程大きく，長くなる程小さくなっていく。

そこでこの利回り表示の差がどの程度の大きさかを知るために，8％クーポン債を90円で買い付け，92円で売却した場合を例にとって表示すると表2のようになる。

これより次のことがわかる。一般方式と現先方式との所有期間利回り数値の差は，所有期間の長短によってかなり異なる。特に1カ月未満の投資期間においては誤差率が二桁にのぼることもある。逆に，1年以上の投資期間では利回

14）利回り r，r' は正だと仮定している。

表2　一般方式と現先方式の比較　（単位%）

期間	1週間	2週間	1カ月	3カ月	6カ月	1年	2年	3年	4年
一般方式	124.630	66.759	35.566	17.778	13.333	11.111	10.000	9.630	9.444
現先方式	96.661	58.322	33.343	17.391	13.187	11.050	9.972	9.612	9.431
差	27.969	8.437	2.223	0.387	0.146	0.061	0.028	0.018	0.013
誤差率	28.94	14.47	6.67	2.23	1.11	0.55	0.28	0.19	0.14

（注）　i）　8%クーポン債を90円で購入，92円で売却
　　ii）　$a'=1/4$ を仮定
　　iii）　$\text{誤差率}=\dfrac{\text{利回り（一般方式）}-\text{利回り（現先方式）}}{\text{利回り（現先方式）}}\times 100$
　　iv）　小数点第4位を四捨五入。誤差率は小数点第3位を四捨五入。

り差は0.1%未満であり誤差率も1%を割る。投資期間が数カ月の場合には誤差率が数%であり，無視できない大きさである。表2の数値例は $a'=1/4$ で利回り差が最大になる場合であるから，実際にはこの差はもっと小さくなると考えてよい。ゆえに，投資期間が数カ月未満の場合には現先方式の利回り数値を用いた方が債券投資にとってミスリーディングにならずに済む。1年を超える投資の場合には一般方式でも差しつかえない。

Ⅱ　最　終　利　回　り

1　最終利回り計算の3方式

債券投資の収益性指標として最もよく用いられているのは「最終利回り（yield to maturity）」である[15]。最終利回りの計算方式として次の3つを区別できる。日本で用いられる単利方式，アメリカなどで用いられる半年複利方式，そして欧州で用いられる年複利方式の3つである。

いま，P＝購入価格，$\bar{P}$＝償還価格，C＝年あたりクーポン額，n＝残存期間

15）「終利」と略称され，「満期利回り」，「償還利回り（redemption yield）」ともいわれる。わが国の実業界で単に「利回り」という時には，慣習として最終利回り（既発債）もしくは応募者利回り（新発債）を指している。

(年)，r＝最終利回りとすると

(a)　単利最終利回り（日本式）　$r=\dfrac{C+(\bar{P}-P)/n}{P}$

(b)　年複利最終利回り（AIBD 式複利）[16]　$P(1+r)^n=C\left\{\dfrac{(1+r)^n-1}{r}\right\}+\bar{P}$

(c)　半年複利最終利回り（米国式複利）　$P\left(1+\dfrac{r}{2}\right)^{2n}$

$$=\left(\frac{C}{2}\right)\left\{\frac{\left(1+\frac{r}{2}\right)^{2n}-1}{\left(\frac{r}{2}\right)}\right\}+\bar{P}$$

となる。

2　単利最終利回りについて

投資元本Pが年利率rで増えるものとすると，単利計算方式では毎年の利息収入 Pr の再投資収入は考慮しないので，n年後の資産価値 V_n は

$$V_n=P+nPr=P(1+nr)$$

となる。他方，償還価格を$\bar{P}$，年利息をCとすると

$$V_n=nC+\bar{P}$$

となる。これより

$$P(1+nr)=nC+\bar{P}$$

$$r=\frac{C+(\bar{P}-P)/n}{P} \qquad (8)$$

が得られる。（8）式から

$$\text{最終利回り}=\text{直接利回り}+\frac{\text{年当たり償還差損益}}{\text{投資元本}}$$

の関係が成立することがわかる。さらに，最終利回りはクーポン（表面利率），残存年数[17]，買付け価格の3つの要素によって決まることがわかる。この3要

16)　AIBD とは Association of International Bond Dealers（国際債券取引業者協会）の略称である。

17)　残存年数は残存日数（未経過日数）を365日で割って求める。残存日数は起算日の翌日から償還日までの日数を取る（片端入れ，片端落とし，片落ち）。閏年の場合には閏日を短期の割引債および残存期間が1年未満の債券に限り1日として計算に含める。残存年数は小数点第7位以下を切り捨てるのが普通のようだ。

素は「利回り決定の3要素」と呼ばれている。

(1) 単利方式ではクーポン支払いの発生時期が利回りの大きさに影響しない。クーポン・レートが同一であれば，利払いが年1回であろうと年2回であろうと同一の最終利回りで表される。これに対して複利方式の最終利回りはキャッシュ・フローの割引現在価値（または最終価値）を基礎にして算出されるから，クーポンの支払い時期は直ちに最終利回りの値に影響を与える。

(2) 単利方式では経過利息を含まない裸値段を買付け価格として利回り計算を行うのに対して，複利方式では売買約定単価に経過利息を加えた取引価格（利含み単価）を買付け価格として利回り計算を行う[18]。これを利回り計算式に明示すると次のようになる。a＝買付け日とその直前の利払い日との間の経過期間，$t=n+a$ に等しい期間，P'＝利含み単価（購入価格 P＋経過利子）とする。投資元本 P' は n 年後の償還日には

$$P'(1+r)^n$$

になる。他方，クーポンおよび償還元本の償還日における将来価値は

$$C(1+r)^{t-1}+C(1+r)^{t-2}+\cdots+C(1+r)+C+\bar{P}=C\cdot\frac{(1+r)^t-1}{r}+\bar{P}$$

となる。この両者を等しいとおいて

$$P'(1+r)^n=C\left\{\frac{(1+r)^t-1}{r}\right\}+\bar{P} \qquad (9)$$

を満たす r が経過利子を考慮した最終利回り（AIBD 方式複利）である。米国方式複利では

$$P'\left(1+\frac{r}{2}\right)^{2t-a}=C\left\{\frac{\left(1+\frac{r}{2}\right)^{2t-1}-1}{\left(\frac{r}{2}\right)}\right\}+\bar{P} \qquad (10)$$

となる。

3 複利方式の最終利回り

複利の最終利回りは債券の受取りキャッシュ・フローの現在価値をその市場

18) わが国では1年を365日とした厳密な日割り計算を行うのに対して，欧米では1カ月を30日としたり1年を360日としたり，経過利息の取扱いに関しては厳密でない国もある。

価値に等しくするような割引率のことであると定義される。いま債券の現在価値をV，割引率をrとすると

$$V=\frac{C}{1+r}+\frac{C}{(1+r)^2}+\cdots+\frac{C}{(1+r)^n}+\frac{\bar{P}}{(1+r)^n}$$

$$=C\frac{1-\left(\frac{1}{1+r}\right)^n}{r}+\frac{\bar{P}}{(1+r)^n}$$

となる。ノーティションは前と同じ。債券の市場価値をPとおくと

$$P=C\frac{1-\left(\frac{1}{1+r}\right)^n}{r}+\frac{\bar{P}}{(1+r)^n} \tag{11}$$

を満足するrがこの債券の最終利回りである。この式を変形すると

$$P(1+r)^n=C\left\{\frac{(1+r)^n-1}{r}\right\}+\bar{P} \tag{12}$$

となる。

(12) 式は (11) 式を変形したものであるが，見方を変えると次のように言うこともできる。複利の最終利回りとは債券の受取りキャッシュ・フローを複利運用した場合の満期償還日における将来価値を，現在の債券の市場価値を同じ利率で複利運用した時の同時点における将来価値に等しくするような運用利回りのことである。ゆえに，最終利回り（複利方式）とは次のようなものである。現在の時点で債券取得のために支払う市場価値と債券保有によって受け取る将来のキャッシュ・フローを，現在時点かあるいは特定の将来時点（つまり，満期日）において同じ利率で評価する（割り引くもしくは運用する）場合に両者を等しくするような評価レートである。

4　単利方式と複利方式との比較

まず，日本方式単利と米国方式複利との関係を年2回利払い債券のケースで調べる[19]。r_s，r_cをそれぞれ単利方式，複利方式（米国方式）の最終利回りとすると，

19)　単純化のために，利払い日に債券の買付けを行いかつ満期償還日は最後の利払い日と一致するという前提が置かれている。

$$r_s=\frac{C+(\bar{P}-P)/n}{P} \tag{13}$$

$$P\left(1+\frac{r_c}{2}\right)^{2n}=\left(\frac{C}{2}\right)\left\{\frac{\left(1+\frac{r_c}{2}\right)^{2n}-1}{\left(\frac{r_c}{2}\right)}\right\}+\bar{P} \tag{14}$$

(13), (14) 式からCを消去する

$$P\left(1+\frac{r_c}{2}\right)^{2n}=\frac{P(1+nr_s)-\bar{P}}{2n}\cdot\frac{\left(1+\frac{r_c}{2}\right)^{2n}-1}{\left(\frac{r_c}{2}\right)}+\bar{P}$$

$$Pn(r_c-r_s)\left\{\left(1+\frac{r_c}{2}\right)^{2n}-1\right\}=(P-\bar{P})\left\{\left(1+\frac{r_c}{2}\right)^{2n}-(1+nr_c)\right\} \tag{15}$$

ここで

$$\left(1+\frac{r_c}{2}\right)^{2n}>1$$

$$\left(1+\frac{r_c}{2}\right)^{2n}-(1+nr_c)={}_{2n}C_2\left(\frac{r_c}{2}\right)^2+{}_{2n}C_3\left(\frac{r_c}{2}\right)^3+\cdots+{}_{2n}C_{2n}\left(\frac{r_c}{2}\right)^{2n}\geqq 0$$

だから，(15) 式から次の結果が得られる[20]。

i） $P<\bar{P}$ の場合　　$r_c=r_s$

ii） $P=\bar{P}$ の場合　　$r_c<r_s=c$

iii) $P>\bar{P}$ の場合　　$r_c>r_s$

次に，日本方式単利と AIBD 方式複利との関係を年1回利払い債券のケースで調べる。r_c' を AIBD 方式の複利最終利回りとすると

$$P(1+r_c')^n=C\frac{(1+r_c')^n-1}{r_c'}+\bar{P} \tag{16}$$

だから，(13)，(16) 式からCを消去すると

$$Pn\{(1+r_c')-1\}(r_c'-r_s)=(P-\bar{P})\{(1+r_c')^n-(1+nr_c')\} \tag{17}$$

が得られる。先程と同様にして次の結果が得られる。

---

20) $\left(1+\frac{r_c}{2}\right)^{2n}$ を近似的に $1+nr_c$ とみなして (14) 式に代入すると，$P=\frac{nC+\bar{P}}{1+nr_c}$ が得られる (AIBD 方式の場合も同じ)。これより日本方式単利の計算式は複利方式の簡便式であることがわかる。

i）$P<\bar{P}$ の場合　　$r_c'<r_s$

ii）$P=\bar{P}$ の場合　　$r_c'=r_s=C$

iii）$P>\bar{P}$ の場合　　$r_c'>r_s$

5　米国方式と AIBD 方式との相違

アメリカでは債券の利払いは通常年2回であるのに対して，ヨーロッパでは通常年1回である。その違いを反映してかアメリカとヨーロッパでは複利の年利回りを求める考え方および手順が異なっており，結果として利回りの数値も若干異なる。

アメリカ方式では年2回利払い物を基準として計算する。

ⓐ　年2回利払い物

$$P\left(1+\frac{r}{2}\right)^{2n}=\left(\frac{C}{2}\right)\left\{\frac{\left(1+\frac{r}{2}\right)^{2n}-1}{\left(\frac{r}{2}\right)}\right\}+\bar{P} \tag{18}$$

を満たす r が年2回利払い物の最終利回りである。

ⓑ　年1回利払い物

（18）式を満たす r に対して

$$\left(1+\frac{R}{2}\right)^{2}=1+r \tag{19}$$

を成立させる R が年1回利払い物の最終利回りである。

これに対して AIBD 方式では年1回利払い物を基準として計算する。

ⓐ　年1回利払い物

$$P(1+R)^{n}=C\left\{\frac{(1+R)^{n}-1}{R}\right\}+\bar{P} \tag{20}$$

を満たす R が年1回利払い物の最終利回りである。

ⓑ　年2回利払い物

（20）式を満たす R に対して

$$r=\left(1+\frac{R}{2}\right)^{2}-1 \tag{21}$$

を成立させる r が年2回利払い物の最終利回りである。

(1) 当然のことだが，米国方式，AIBD 方式のいずれにおいても同一のクーポン・レート，購入価格，残存期間をもつ債券の複利最終利回りは，年2回利払い物の方が年1回利払い物よりも高い。

$$r-R=\left(1+\frac{R}{2}\right)^2-1=\frac{R^2}{4}>0 \tag{22}$$

(2) 米国方式と AIBD 方式を比較した場合，年2回および年1回利払い物の両方において AIBD 方式が米国方式よりも利回りを高めに表現することになる。これは米国方式では先ず半年複利利回りを求め，それを2倍して年複利利回りを求める2倍方式であるのに対して，AIBD 方式では2乗方式だからである。

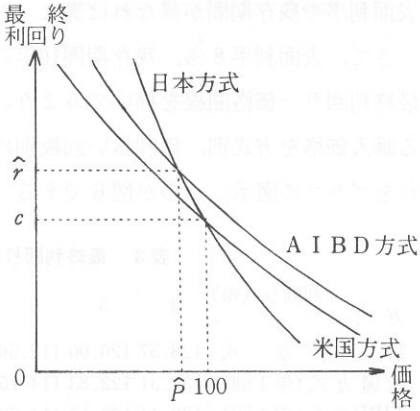
6　3方式の比較

前の2節のまとめとして，日本方式単利，米国方式複利，AIBD 方式複利の3方式を比較して利回り数値の相対的大小関係が購入価格との関係でどのように変わるかを調べてみる。

＜A＞　年2回利払い物のケース

年2回利払いの債券の場合，日本方式単利と米国方式複利の最終利回りは常に丁度パーにおいて一致し，その値は債券の表面利率 c に等しい。パーを分岐点にしてオーバーパーでは米国方式複利利回りが，そしてアンダーパーでは日本方式単利利回りが相対的に大きな値をとる。AIBD 方式複利は常に米国方式複利より利回り数値が高めに表されるから，図4からわかるように，アンダーパーのある購入価格 $\hat{P}$ で日本方式単利と同じ利回り数値をとり，$\hat{P}$ より大きい購入価格で相対的に大きな利回り数値をそして $\hat{P}$ より小さい購入価格で相

図4　3方式の比較（年2回利払い物）

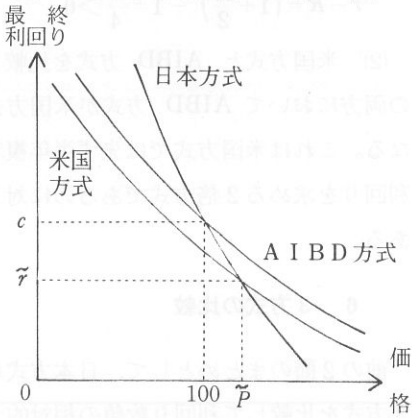


対的に小さな利回り数値をとる。分岐点価格 $\hat{P}$ は債券の表面利率，残存期間が異なれば当然異なる。

＜B＞　年１回利払い物のケース

年１回利払いの債券の場合には，逆に AIBD 方式複利と日本方式単利が常に丁度パーで同一の値をとり，この値は表面利率 c に等しい。この値より大きいオーバーパーでは AIBD 方式が，そしてアンダーパーでは日本方式が相対的に大きな利回り数値を表す。米国方式複利は AIBD 方式複利より常に小さく利回りを表示するから，オーバーパーのある値 $\tilde{P}$ で日本方式と同一の利回りを表示する。$\tilde{P}$ より価格が大きい時には米国方式複利が，そして小さい時には日本方式単利が利回りを大きく表すことになる。分岐点価格 $\tilde{P}$ は $\hat{P}$ と同じく固定的なものではなく，表面利率や残存期間が異なれば異なった値をとる（図５を参照）。

図５　３方式の比較（年１回利払い物）



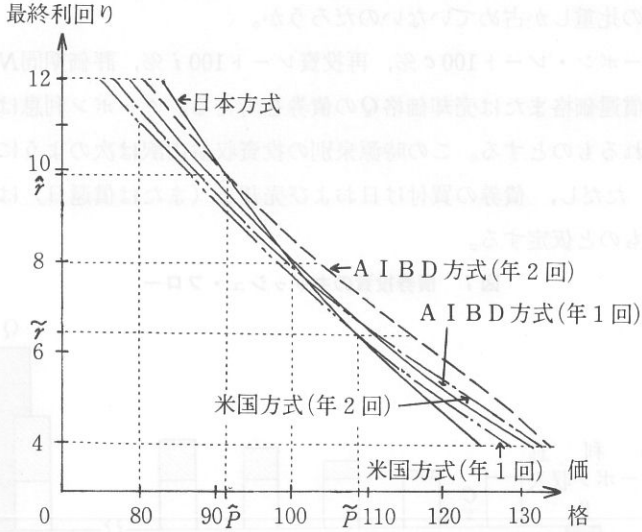
さて，表面利率８％，残存期間10年の債券を例に採り，図４，５で例示した最終利回り―価格曲線を描いてみよう。表３は最終利回りの色々な値に対応する購入価格を方式別，年利払い回数別に計算して一覧表にしたものであり，それをグラフに図示したのが図６である。これらの図および表からさらに２つの

表３　最終利回りと方式別購入価格

方式＼利回り（％）	4	5	6	7	8	9	10	11	12
日本方式	128.57	120.00	112.50	105.88	100.00	94.74	90.00	85.71	81.82
米国方式（年１回）	132.31	122.83	114.15	106.20	98.92	92.25	86.13	80.51	75.36
AIBD方式（年１回）	132.44	123.17	114.72	107.02	100.00	93.58	87.71	82.33	77.40
米国方式（年２回）	132.70	123.38	114.88	107.11	100.00	93.50	87.54	82.07	77.06
AIBD方式（年２回）	132.83	123.71	115.43	107.90	101.04	94.78	89.06	83.83	79.03

（注）　表面利率８％，残存期間10年。

図6　最終利回り—価格曲線（3方式）



新らしい関係が発見できる。その一つは年2回利払いの米国方式複利と年1回利払いのAIBD方式複利との関係であり，これら2つの最終利回りは常にパーにおいて一致し，その値は表面利率 c に等しい。そしてオーバーパーにおいては年2回利払いの米国方式が，アンダーパーにおいては年1回利払いのAIBD方式がそれぞれ利回りを相対的に大きく表示する。もう一つは，日本方式単利は複利方式に比べて最終利回りを上下に誇張して表示し，その誇張の度合いは購入価格がパーから乖離する度合いが大きい程大きくなるということである。

Ⅲ　孫利息の重要性

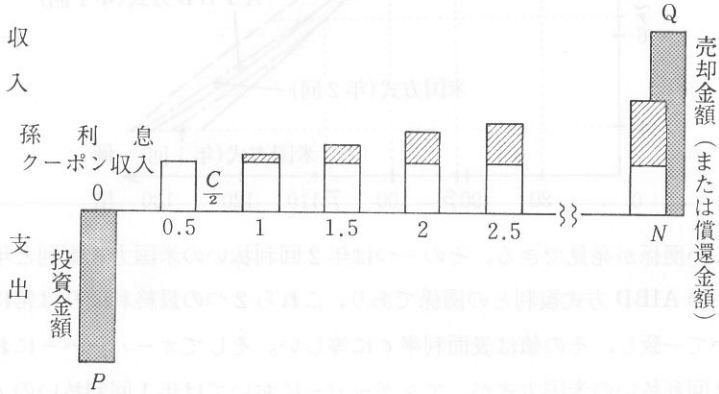
1　キャッシュ・フローと孫利息

最終利回り，所有期間利回り，平均残存期間利回りなどこれまでわが国で用いられてきた債券収益性の評価尺度は，債券投資収益の3源泉のうちクーポン利息の再投資収入——孫利息と呼ばれる——を完全に無視している。再投資収入が債券の総収益に占める割合が小さければ，単利方式の利回りでも完璧では

ないが収益性指標として実用に耐え得る。しかし再投資収入は無視しても構わない程度の比重しか占めていないのだろうか。

いまクーポン・レート100 c %，再投資レート100 i %，評価期間N年，購入価格P，償還価格または売却価格Qの債券を考える。クーポン利息は半年複利で運用されるものとする。この時源泉別の投資収益内訳は次のようになる（図7参照）。ただし，債券の買付け日および売却日（または償還日）は利払い日に当たるものと仮定する。

図7　債券投資のキャッシュ・フロー



(i)　クーポン収入　$\frac{C}{2}\times 2N=CN$　$(C=100c)$

(ii)　孫利息　$\left(\frac{C}{2}\right)\left(1+\frac{i}{2}\right)^{2n-1}+\left(\frac{C}{2}\right)\left(1+\frac{i}{2}\right)^{2N-2}+\cdots+\left(\frac{C}{2}\right)\left(1+\frac{i}{2}\right)$

$$+\left(\frac{C}{2}\right)-\left(\frac{C}{2}\right)\cdot 2N=\left(\frac{C}{i}\right)\left\{\left(1+\frac{i}{2}\right)^{2N}-1\right\}-CN$$

(iii)　資本損益　$Q-P$

(iv)　総収益　$(Q-P)+\left(\frac{C}{i}\right)\left\{\left(1+\frac{i}{2}\right)^{2N}-1\right\}$

ここで総収益に占める孫利息の割合をαとすると

$$\alpha=\alpha(C,i,N,P,Q)=\frac{\left(\frac{C}{i}\right)\left\{\left(1+\frac{i}{2}\right)^{2N}-1\right\}-CN}{(Q-P)+\left(\frac{C}{i}\right)\left\{\left(1+\frac{i}{2}\right)^{2N}-1\right\}} \tag{23}$$

となる。

資本損益がない場合には，(23) 式は

$$\alpha=\alpha(i,N)=\frac{\left(\frac{1}{i}\right)\left\{\left(1+\frac{i}{2}\right)^{2N}-1\right\}-N}{\left(\frac{1}{i}\right)\left\{\left(1+\frac{i}{2}\right)^{2N}-1\right\}} \tag{24}$$

に還元される。この時，下の関係が成立する。

$$\frac{\partial\alpha}{\partial C}=0 \tag{25}$$

$$\frac{\partial\alpha}{\partial i}=\frac{N\left\{Ni\left(1+\frac{i}{2}\right)^{2N-1}-\left(1+\frac{i}{2}\right)^{2N}+1\right\}}{\left\{\left(1+\frac{i}{2}\right)^{2N}-1\right\}}>0 \tag{26}$$

2　再投資収入の重要性

再投資収入の重要性を仮設数値を用いて調べてみよう。

(1)　再投資レートと孫利息のウェイト

表4はクーポン・レート8％，残存期間20年の債券を例にとって，再投資収

表4　再投資レートと孫利息のウェイト

再投資レート (%)	償還損益	クーポン収入	孫　利　息	総 収 益	実効利回り (%)
0	0 (0.0)	160 (100.0)	0 (0.0)	160.0	4.84
1	0 (0.0)	160 (90.6)	16.6 (9.4)	176.6	5.15
3	0 (0.0)	160 (73.7)	57.1 (26.3)	217.1	5.85
5	0 (0.0)	160 (59.3)	109.6 (40.7)	269.6	6.64
6	0 (0.0)	160 (53.0)	141.6 (47.0)	301.6	7.07
7	0 (0.0)	160 (47.3)	178.2 (52.7)	338.2	7.53
8	0 (0.0)	160 (42.1)	220.1 (57.9)	380.1	8.00
9	0 (0.0)	160 (37.4)	268.1 (62.6)	428.1	8.50
10	0 (0.0)	160 (33.1)	323.2 (66.9)	483.2	9.01
11	0 (0.0)	160 (29.3)	386.4 (70.7)	546.4	9.55
12	0 (0.0)	160 (25.8)	459.1 (74.2)	619.1	10.11

(注)（　）内は総収益に占める割合

入が債券投資総収益に占める割合が再投資レートの推移と共にどのように変わっていくかを示したものである。売却価格と購入価格は同じだと仮定されている。総収益に占める孫利息の割合は再投資レートが5％で約40％，8％だと60％近く，そして12％だと約75％を占める。

(2) 評価期間と孫利息のウェイト

表5はクーポン・レート8％，再投資レート8％，購入価格100，売却価格110の債券を例にとり，評価期間の長さが変わるにつれて孫利息が総収益に占める割合がどのように推移していくかを示したものである。評価期間が長くなればなる程，孫利息のウェイトは大きくなることがわかる。

表5　評価期間と孫利息のウェイト

評価期間(年)	資本損益	クーポン収入	孫　利　息	総 収 益	実効利回り(％)
0.5	10	4	0(0.00)	14.00	28.00
1	10	8	0.16(0.88)	18.16	17.40
2	10	16	0.99(3.67)	26.99	12.31
5	10	40	8.03(13.84)	58.03	9.36
10	10	80	39.11(30.29)	129.11	8.46
15	10	120	104.34(44.53)	234.34	8.21
20	10	160	220.10(56.42)	390.10	8.11
25	10	200	410.67(66.17)	620.67	8.06
30	10	240	711.97(74.01)	961.97	8.03
40	10	320	1,885.00(85.10)	2,215.00	8.01
50	10	400	4,550.55(90.10)	4,960.55	8.00
100	10	800	254,181.00(99.68)	254,991.00	8.00
∞	10	∞	∞ (100)	∞	8.00

(注)（　）内は総収益に占める割合

(3) クーポン・レートと孫利息のウェイト

表6はクーポン・レートの大きさが総収益に占める孫利息の割合に与える効果を調べたものである。購入価格，売却価格がともに100で資本損益がなく，

表6　クーポン・レートと孫利息のウェイト

クーポンレート（%）	資本損益	クーポン収入	孫利息	総収益	実効利回り（%）
0	0	0	0.00 (0.0)	0.00	0.00
4	0	40	19.56 (32.8)	59.56	4.73
6	0	60	29.33 (32.8)	89.33	6.49
8	0	80	39.11 (32.8)	119.11	8.00
10	0	100	48.89 (32.8)	148.89	9.33
12	0	120	58.67 (32.8)	128.67	10.52
14	0	140	68.45 (32.8)	208.45	11.59
16	0	160	78.23 (32.8)	238.23	12.56

（注）（　）内は総収益に占める割合

表7　再投資レート・評価期間と孫利息のウェイト　（単位%）

N＼i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1	0.0	0.2	0.5	0.7	0.9	1.2	1.5	1.7	2.0	2.2	2.4	2.7	2.9
1.5	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	2.9	3.4	3.9	4.4	4.8	5.3	5.8
2	0.0	0.7	1.5	2.2	2.9	3.7	4.4	5.1	5.8	6.5	7.2	7.9	8.6
3	0.0	1.3	2.5	3.7	4.9	6.1	7.2	8.4	9.5	10.7	11.8	12.9	14.0
4	0.0	1.7	3.5	5.1	6.8	8.4	10.0	11.6	13.2	14.7	16.2	17.7	19.2
5	0.0	2.2	4.4	6.6	8.7	10.7	12.8	14.8	16.7	18.6	20.5	22.3	24.1
7	0.0	3.2	6.3	9.4	12.4	15.2	18.1	20.8	23.5	26.1	28.6	31.0	33.4
10	0.0	4.7	9.2	13.5	17.7	21.7	25.6	29.3	32.8	36.2	39.5	42.6	45.6
15	0.0	7.1	13.8	20.1	26.1	31.7	36.9	41.9	46.5	50.8	54.8	58.6	62.1
20	0.0	9.4	18.2	26.3	33.8	40.7	47.0	52.7	57.9	62.6	66.9	70.7	74.2
30	0.0	14.0	26.5	37.6	47.4	55.9	63.2	69.5	74.8	79.3	83.0	86.2	88.7
50	0.0	22.7	41.3	56.3	68.0	76.9	83.5	88.4	91.9	94.4	96.2	97.4	98.2

（注）小数点第2位を四捨五入。

再投資レート8％，評価期間10年の例だと，孫利息のウェイトは32.8％で一定である。つまりクーポン・レートは孫利息の重要性に対して中立的である。ただしクーポン・レートの大きさは孫利息の絶対額，それ故実効利回り，には影響を与える。

(4) 再投資レート・評価期間と孫利息のウェイト

表7は再投資レート別，評価期間別に孫利息のウェイトがどの程度の大きさになるかを計算して一覧表にしたものである。購入価格と売却価格が同一で資本損益がないと仮定されているが，クーポン・レートは任意である。

Ⅳ　再投資利回りの重要性と実効利回り

1　最終利回り指標の欠点

単利方式の最終利回りは大きな欠点があり収益性指標として適切でないことは既述したが，複利方式の最終利回りにもやはり大きな欠点がある。

第一に，債券投資の総収益（total return）に占めるクーポン再投資収入の重要性は先に指摘した通りであるが，この重要性は再投資レートの大きさによって大幅に異なってくるのに，最終利回りの計算においては再投資レートは求めようとする最終利回りと同一であるという暗黙の前提が置かれていることである。市場金利が不断に変動している現実を考慮すれば，この前提は非常に恣意的なものであることがわかる。

第二に，投資収益の評価期間が当該債券の残存期間に一致するということである。満期償還日以前および以後の任意の時点で最終利回りを計算することはできない。それ故最終利回りを投資尺度として用いる場合には，残存期間が同じ銘柄間にのみ使用が限定される。というのは債券利回りには期間別格差が存在するのが常態だから，残存期間が異なる複数の銘柄の最終利回りを直接比較することは意味をなさないからである[21]。

21）期間別格差の平均値を過去の経験から算出して，この平均値を媒介項にして残存期間が異なる銘柄間の利回り比較を行なうことが考えられるが，期間別格差の数値の分布はバラツキが極めて大きく平均値の使用は実用的でないだろう。

最終利回りを投資尺度として用いる場合，投資判断を誤ることが起こる。次にその具体例を示そう。債券はクーポン・レート，残存期間，購入価格，償還価格が定まれば，最終利回りも一意的に決定される。そこでいま残存期間10年，償還価格100で同一として，クーポン・レートが異なる3つの債券を考える。10％クーポン債（購入価格113.59円），8％クーポン債（購入価格100円），そして6％クーポン債（購入価格86.41円）の3銘柄である。最終利回りはいずれも8％で同等である。最終利回りを投資尺度として用いるならば，収益性に関する限りはどの銘柄も優劣はない。ところが，クーポン収入の再投資レートが最終利回り8％と異なる場合には，3銘柄間で収益性に優劣が生じる。表8は様々な再投資レートを想定して実効利回りを計算したものであり，それをグラフに描写すると図8になる。表と図から以下のことがわかる。

(1) 再投資レートが高い程実効利回りも高くなる。

(2) 再投資レートが最終利回りと等しい時そしてその時にのみ，実効利回りは最終利回りと等しくなる。換言すると，再投資レートが最終利回りと等しい

表8　オーバーパー，パー，アンダーパーと実効利回り

再投資レート（％）	償還損益	クーポン収入	孫利息	総利益	実効利回り（％）
4	−13.59	100	21.49 (19.9)	107.90	6.79
5	−13.59	100	27.73 (24.3)	114.14	7.08
6	−13.59	100	34.35 (28.4)	120.76	7.37
7	−13.59	100	41.40 (32.4)	127.81	7.68
8	−13.59	100	48.89 (36.1)	135.30	8.00
9	−13.59	100	56.86 (39.7)	143.27	8.33
10	−13.59	100	65.33 (43.1)	151.74	8.67
11	−13.59	100	74.34 (46.2)	160.75	9.01
12	−13.59	100	83.93 (49.3)	170.34	9.37

(a) オーバーパー債

クーポン・レート10％，残存期間10年
購入価格　113.59円　（終利8％）

再投資レート (%)	償還損益	クーポン収入	孫 利 息	総 利 益	実効利回り (%)
4	0	80	17.19 (17.7)	97.19	6.91
5	0	80	22.18 (21.7)	102.18	7.17
6	0	80	27.48 (25.6)	107.48	7.43
7	0	80	33.12 (29.3)	113.12	7.71
8	0	80	39.11 (32.8)	119.11	8.00
9	0	80	45.49 (36.2)	125.49	8.30
10	0	80	52.26 (39.5)	132.26	8.61
11	0	80	59.47 (42.6)	139.47	8.93
12	0	80	67.14 (45.6)	147.14	9.26

クーポン・レート８%，残存期間 10年
購入価格100円　(終利８%)

(b)　パー債

再投資レート (%)	償還損益	クーポン収入	孫 利 息	総 利 益	実効利回り (%)
4	13.59	60	12.89 (14.9)	86.48	7.06
5	13.59	60	16.64 (18.4)	90.23	7.28
6	13.59	60	20.61 (21.9)	94.20	7.51
7	13.59	60	24.84 (25.2)	98.43	7.75
8	13.59	60	29.33 (28.5)	102.92	8.00
9	13.59	60	34.11 (31.7)	107.70	8.26
10	13.59	60	39.20 (34.8)	112.79	8.53
11	13.59	60	44.61 (37.7)	118.20	8.81
12	13.59	60	50.36 (40.6)	123.95	9.10

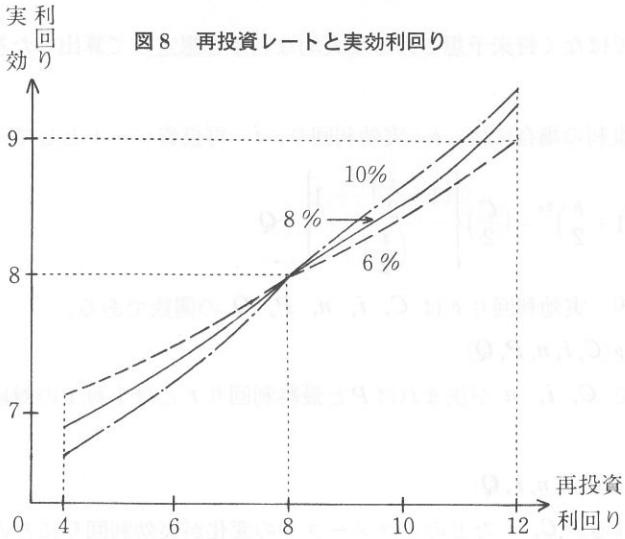
クーポン・レート６%，残存期間10年
購入価格86.41円 (終利８%)

(c)　アンダーパー債

時の実効利回りが最終利回りに他ならないということである。これは最終利回りの定義式

$$P\left(1+\frac{r}{2}\right)^{2n}=\left(\frac{C}{2}\right)\left\{\frac{\left(1+\frac{r}{2}\right)^{2n}-1}{\left(\frac{r}{2}\right)}\right\}+\bar{P}$$

図8　再投資レートと実効利回り



と実効利回りの定義式[22]

$$P\left(1+\frac{\rho}{2}\right)^{2n}=\left(\frac{C}{2}\right)\left\{\frac{\left(1+\frac{i}{2}\right)^{2n}-1}{\left(\frac{i}{2}\right)}\right\}+\bar{P}$$

において，$i=r$ とおくと $\rho=r$ が得られ，逆に $\rho=r$ とおくと $i=r$ が成立することからわかる。

(3)　再投資レートが最終利回りと異なる通常の場合には，実効利回りはクーポン・レート，購入価格，残存期間の大きさに影響を受ける。先の仮設例では，8％未満の再投資レートの場合には低クーポン債ほど実効利回りが高く，逆に8％超の再投資レートの場合には高クーポン債ほど実効利回りが高い。従って実効利回りを投資尺度として用いる投資家は，再投資レートがいくらであるかに応じて高クーポン債を選んだりあるいは低クーポン債を選んだりすることになる。

2　実効利回り

実効利回り（effective yield）[23]はクーポン収入の再投資レートとして最終

22)　この定義式は残存期間を評価期間にとった場合であり，一般的には（27）式で定義される。

23)　Homer & Leibowitz〔10〕は以前は「総合実現複利利回り（total realized compound yield）」という用語を用いていた。

利回りではなく将来予想される現実的な利率を想定して算出した複利利回りである。

半年複利の場合には，ρ＝実効利回り，i＝再投資レートとして

$$P\left(1+\frac{\rho}{2}\right)^{2n}=\left(\frac{C}{2}\right)\left\{\frac{\left(1+\frac{i}{2}\right)^{2n}-1}{\left(\frac{i}{2}\right)}\right\}+Q \tag{27}$$

となる[24]。実効利回り ρ は C, i, n, P, Q の関数である。

$$\rho=\rho(C, i, n, P, Q) \tag{28}$$

ところで C, i, n が決まれば P と最終利回り r とは1対1の対応関係になるから

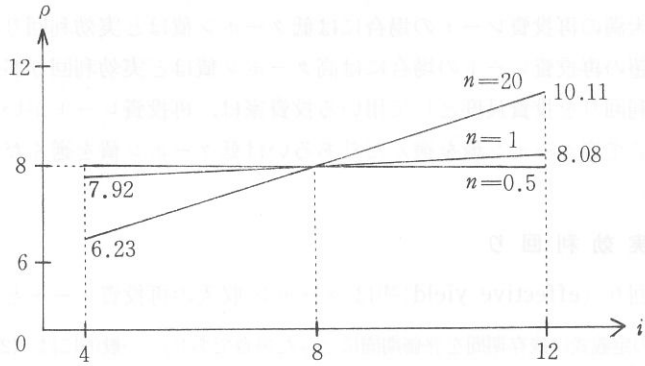
$$\rho=\rho(C, i, n, r, Q) \tag{29}$$

とも書ける。C, i などのパラメーターの変化が実効利回りにどのような影響を与えるか調べてみよう。

$$\frac{\partial\rho}{\partial i}=\frac{C}{4nP\left(1+\frac{\rho}{2}\right)^{2n-1}}>0$$

(1) 再投資レートが高くなる程実効利回りも大きくなる。他のパラメーターに関しては，それが実効利回りに与える影響は再投資レートの大きさによって変わる。

図9　再投資レートと実効利回り（残存期間別）



24) 1年複利の実効利回りももちろん同様に定義できる。

表 9　再投資レート・残存期間と実効利回り　（単位%）

残存期間(年) ＼ 再投資レート(%)	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0.5	8.00	8.00	8.00	8.00	8.00	8.00	8.00	8.00	8.00
1	7.92	7.94	7.96	7.98	8.00	8.02	8.04	8.06	8.08
2	7.78	7.83	7.89	7.94	8.00	8.06	8.11	8.17	8.23
3	7.64	7.73	7.82	7.91	8.00	8.09	8.19	8.28	8.37
4	7.52	7.63	7.75	7.88	8.00	8.13	8.25	8.38	8.51
5	7.40	7.54	7.69	7.85	8.00	8.16	8.32	8.48	8.65
6	7.29	7.46	7.64	7.82	8.00	8.19	8.38	8.58	8.78
7	7.18	7.38	7.58	7.79	8.00	8.22	8.44	8.67	8.91
8	7.09	7.30	7.53	7.76	8.00	8.25	8.50	8.76	9.03
9	6.99	7.23	7.48	7.74	8.00	8.27	8.56	8.85	9.14
10	6.91	7.17	7.43	7.71	8.00	8.30	8.61	8.93	9.26
15	6.53	6.87	7.23	7.61	8.00	8.41	8.83	9.28	9.74
20	6.23	6.64	7.07	7.53	8.00	8.50	9.01	9.55	10.11

（注）　クーポン・レート8%，最終利回り8%（購入価格100）

表9と図9は残存期間が実効利回りに与える影響を再投資レートとの関係において見たものである。

(2)　残存期間が実効利回りに与える影響は，最終利回りと等しい再投資レートを境にして正反対である。すなわち，

(i)　再投資レート＞最終利回りの場合，残存期間が長くなる程実効利回りは大きくなる。

(ii)　再投資レート＝最終利回りの場合，残存期間の長さに関係なく実効利回りは最終利回り水準で一定である。

(iii)　再投資レート＜最終利回りの場合，残存期間が長くなる程実効利回りは小さくなる。

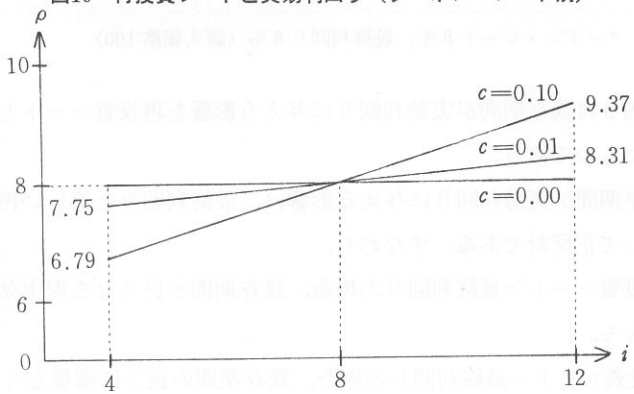
(3)　残存期間が1期間（半年）の時には再投資レートが実効利回りに与える

表10　再投資レート・クーポンレートと実効利回り　（単位%）

クーポン・レート(%) ＼ 再投資レート(%)	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0 %	8.00	8.00	8.00	8.00	8.00	8.00	8.00	8.00	8.00
1	7.75	7.81	7.87	7.93	8.00	8.07	8.15	8.23	8.31
2	7.55	7.66	7.76	7.88	8.00	8.13	8.26	8.40	8.55
3	7.39	7.53	7.68	7.84	8.00	8.17	8.35	8.54	8.73
4	7.26	7.43	7.61	7.80	8.00	8.21	8.42	8.64	8.88
5	7.15	7.35	7.56	7.78	8.00	8.23	8.48	8.73	9.00
6	7.06	7.28	7.51	7.75	8.00	8.26	8.53	8.81	9.10
7	6.98	7.22	7.47	7.73	8.00	8.28	8.57	8.87	9.18
8	6.91	7.17	7.43	7.71	8.00	8.30	8.61	8.93	9.26
9	6.84	7.12	7.40	7.70	8.00	8.32	8.64	8.97	9.32
10	6.79	7.08	7.37	7.68	8.00	8.33	8.67	9.02	9.37

（注）残存期間10年，最終利回り８%

図10　再投資レートと実効利回り（クーポン・レート別）



効果はゼロ（実効利回りは最終利回りで同一）であるが，残存期間が長くなるにつれて再投資レートが実効利回りに与える効果は逓増し，その結果実効利回りは再投資レートに限りなく近づく。

表10と図10はクーポン・レートが実効利回りに与える効果を再投資レートと

の関わりにおいて調べたものである。残存期間のケースと良く似た結果が得られる。

(4) クーポン・レートが実効利回りに与える効果は，最終利回りと等しい再投資レートを境にして正反対である。

(i) 再投資レート＞最終利回りの場合，クーポン・レートが大きい程実効利回りは大きくなる。

(ii) 再投資レート＝最終利回りの場合，クーポン・レートの大きさに関係なく実効利回りは最終利回り水準で一定である。

(iii) 再投資レート＜最終利回りの場合，クーポン・レートが大きい程実効利回りは小さくなる。

表11と図11は最終利回り（あるいは購入価格）が実効利回りに与える影響を，再投資レートとの関わりにおいて示したものである。

(5) 最終利回りが大きい（購入価格が安い）程実効利回りは大きくなる。その実効利回りの上昇幅は再投資レートの大きさにはほとんど依存せず一定に近い。

(6) 実効利回りの大きさは常に再投資レートと最終利回りとの間にある。再

表11 最終利回り・再投資レートと実効利回り (単位%)

最終利回り(%) ＼ 再投資レート(%)	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	4.00	4.26	4.59	4.79	5.08	5.37	5.68	5.99	6.32
5	4.74	5.00	5.33	5.54	5.83	6.12	6.43	6.74	7.07
6	5.48	5.73	6.00	6.28	6.56	6.86	7.17	7.48	7.81
7	6.20	6.46	6.79	7.00	7.29	7.58	7.89	8.21	8.54
8	6.91	7.17	7.50	7.71	8.00	8.30	8.61	8.93	9.26
9	7.60	7.86	8.20	8.41	8.70	9.00	9.31	9.63	9.96
10	8.29	8.55	8.89	9.10	9.39	9.69	10.00	10.32	10.65
11	8.96	9.22	9.56	9.77	10.06	10.37	10.68	11.00	11.33
12	9.62	9.88	10.22	10.44	10.73	11.03	11.34	11.67	12.00

(注) クーポン・レート8%，残存期間10年

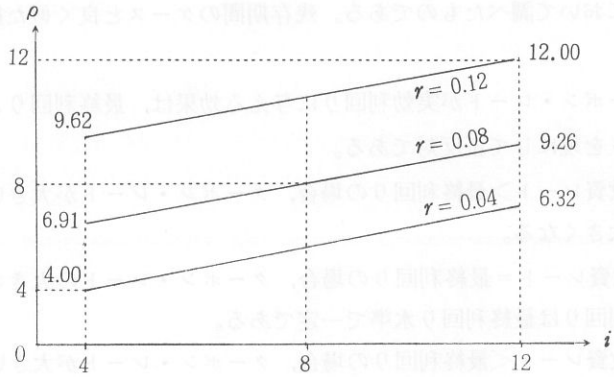


図11　再投資レートと実効利回り（最終利回り別）

投資レートと最終利回りが一致する時には，実効利回りもその一致した値に等しくなる。

V　最後に――実効利回り概念の限界とスポット・レート

いろいろな利回り指標を検討してきたが，その中では実効利回りが債券投資の収益性指標として最も秀れていると言える。その理由として次のことをあげることができる。

①　利息の再投資収入を考慮しているということ。しかもその再投資レートとして将来支配的であろうと思われる任意のレートを想定して利回り計算をすることができる。

②　評価期間を満期期間，残存期間といった特定の期間に限定されない任意の期間にとることができる。このため，残存期間，所有期間，平均残存期間などが相異なる複数の債券の実効利回りを同一の評価期間で算出して，相互に比較することができる。換言すれば，利回りを比較する場合評価期間が同一であることが要求されるが，実効利回り指標を用いればそれが可能なのである。

③　複式方式の最終利回り，平均残存利回り，所有期間利回り，繰上げ償還利回りなどの諸指標は，再投資レートに求めようとする利回りを適用しているのであるが，任意の現実的なレートを再投資レートに適用すればそれらの利回

りはすべて実効利回りに変換されかつ一本化される。つまり，実効利回り概念は包括的なのである[25]。

しかしながら，実効利回り概念には大きな限界がある。それは実効利回り算定のために用いられる再投資レートが評価期間内の各期において一定であると仮定されていることである[26]。これは明らかに非現実的な仮定であり，評価期間が数期間の短期間であれば誤差も小さくて済むが，長期間になるにつれて誤差は逓増する。これに対しては，あるいは次のような反論があるかも知れない。「再投資レートが各期において同一であるという仮定は，現実の再投資レートが事実そうなるとみなしているからではなく，各期の異なる再投資レートを平均したものを採用するからである。」しかしながら，平均的な再投資レートがたとえば6％であるとしても，各期の再投資レートの期間別パターンが異なれば利息の再投資収入が異なり，したがって実際の利回りも違ってくる。各期の再投資レートの単純平均は十分な用をなさないのである。そこで各期の再投資レートを再投資クーポン金額をウェイトとして加重した平均的な再投資レートを理論的に想定することができるが，債券投資の収益性指標としての実用性から評価すると煩雑過ぎる嫌いがある。実効利回りよりももっと理論的に秀れているのは，各期ごとに相異なる再投資レートを採用して計算する利回りである。近年スポット・レートを資産価値および利回りの計算に適用することが広く試みられており，「スポット・レート革命」という言葉さえ聞かれる程である。スポット・レートの利回り計算への適用については，次回に譲りたい。

---

25) そこで評価期間を明示して，所有期間実効利回り，残存期間実効利回りなどということもある。

26) このことは実効利回り概念の普及に功のあったホーマー＝リーボウィッツ自身も気づいていた。「この想定される再投資レートは，理論的には将来のそれぞれの期間についてさまざまなレートを考えるべきなのであろうが，実際には単一の再投資レートという単純な仮定のもとに行う場合がほとんどである。」(Homer and Leibowitz〔10〕, p. 153 (訳書))。

参　考　文　献

〔1〕 銀行研修社(編)『銀行員のディーリング知識』銀行研修社　昭和59年。

〔2〕「債券ディーリング業務の基礎知識(1)〜(8)」信用金庫　40(2)〜40(9)　昭和61年2月〜9月。

〔3〕 大和証券・大和証券経済研究所(編)『債券ディーリングと運用戦略』金融財政事情研究会　昭和59年。

〔4〕 高橋琢磨『現在債券投資分析』日本経済新聞社　昭和63年。

〔5〕 東洋信託銀行資金運用部(編)『公社債運用の実践知識』経済法令研究会　昭和57年。

〔6〕 野村総合研究所(編)『債券運用と投資戦略』金融財政事情研究会　昭和56年。

〔7〕 福山真弘・太田八十雄『公社債の運用戦略』東洋経済新報社　昭和56年。

〔8〕 山一証券経済研究所・山一證券(編)『新時代の企業ファイナンス戦略』東洋経済新報社　昭和60年。

〔9〕 Bernstein, Peter L. (ed.), *The Theory and Practice of Bond Portfolio Management* (Institutional Investor Systems) 1976. 日本証券アナリスト協会(訳)『債券投資の理論と実際』東洋経済新報社　1979年。

〔10〕 Homer, Sidney and Martin L. Leibowitz, *Inside the Yield Book* (Prentice-Hall and New York Institute of Finance) 1972. 野村総合研究所(訳)『債券投資分析の基礎』日本経済新聞社　1976年。

〔11〕 Schaefer, Stephen M., "The Problem with Redemption Yield," *Financial Analysts Journal* Jul.-Aug. 1977, 59-67.