

## 債券先物とヘッジ戦略

土 橋 敏 光

### 目 次

- I 序論—リスク・ヘッジの必要性
- II リスク・ヘッジ理論の概観
  - (1) 素朴なヘッジ理論
  - (2) 期待収益最大化仮説
  - (3) 最小分散ヘッジ仮説
  - (4) 期待効用最大化仮説
- III ヘッジ取引の手順・技術
  - (1) リスク負担額の推計
  - (2) ヘッジの可能性
  - (3) どの先物契約を用いるか
  - (4) 限月の選定
    - <a> 債券先物の価格
    - <b> 異限月間の価格関係
    - <c> 先物価格曲線と限月の選択
  - (5) ヘッジ比率の定め方
    - <a> 金利変動調整
    - <b> 感応度調整
    - <c> 等価変動額ヘッジ比率の導出
- IV 結び

### I 序論—リスク・ヘッジの必要性

企業は製造企業，流通企業，サービス企業，あるいは金融企業であれ，常に

---

\* 本稿は大阪経済法科大学の研究補助金を受けて発表する成果であることをここに明記すると同時に，研究奨励委員会に対して感謝の意を表します。

リスクに直面している。そしてこのリスクは、④事業活動が規制的であるより自由である方が、⑤事業活動範囲が国内に限られる場合より国外に及ぶ場合、しかもより多くの外国にまたがる程、大きくなる。リスクが発生する場合も、⑥購入、生産、販売という財・サービスの取扱いにおいて（フロー面）

⑦資産および負債の管理において（ストック面）

の二つに大別できよう。本稿で扱うのは⑦の貸借対照表の管理におけるリスク、しかも実物資産ではなく金融資産および負債に関わるリスクである。一般の企業にとってもそうだが、金融資産・負債を商品として取り扱うことを業務とする金融機関にとっては、尚更リスク管理（risk management）は肝要であると言えよう。

ところで、リスク管理、より具体的にはリスク・ヘッジ、の手段としては、金融先物契約の他にも、金融オプション、スワップ（金利スワップ、通貨スワップ）、期間対応<sup>1)</sup>、為替予約等種々あるが、ここでは金融先物の内でも代表的な先物である債券先物（金利先物とも呼ばれる）に限定する。企業の資産・負債のリスク管理のためには、本来貸借対照表の負債面・資産面を総合的かつ有機的に把握して、統合された動的なリスク・ヘッジ戦略を採らねばならない<sup>2)</sup>。しかし、本稿では個別の金融資産もしくは金融負債を念頭に置き、それに対する個別的なヘッジ戦略の在り方を考察する。

良く知られているように、債券先物契約は一般に三つの目的で利用される。(1)リスク・ヘッジ取引、(2)裁定取引、(3)投機取引、の三つである。本稿では、(イ)リスク・ヘッジ戦略の土台となるヘッジ理論をサーベイし、(ロ)リスク・ヘッジを実践する場合の手順と技術を説明する。

1) 資産と負債の満期別構成の適正化によってもリスク・ヘッジができる。これは「自然ヘッジ (natural hedge)」と呼ばれることもある。Fitzgerald[15], p. 69; Powers & Weissman [21], p. 197-198.

2) これが資産負債管理 (ALM, assets and liabilities management) という発想を生み出す一つの動因である。

## II リスク・ヘッジ理論の概観

リスク・ヘッジの主要な目的はリスクの回避にあると考えられるが、それだけではない。現物市場での損失を埋め合わせるだけでなく、より積極的に収益機会を求めて行なわれるヘッジも存在しており、最終的にはヘッジャー (hedger) が何を意図しているかに係っている。それ故、ヘッジ比率の問題はヘッジの本質あるいはヘッジャーがヘッジに何を望んでいるかということに関わる問題でもあり、ただ単に技術的な計算の問題ではない。本節では、「リスク・ヘッジとは何か」を考えてみるために、リスク・ヘッジ概念の変遷について概観する<sup>3)</sup>。

### (1) 素朴なヘッジ理論

伝統的な理論 (古典的な理論) では、ヘッジャーは現物市場におけるポジション (現物ポジション, cash position) を反対で同額の先物市場におけるポジション (先物ポジション, futures position) の保有でヘッジする者と定義される。以下では、先物契約の決済は現物決済ではなく反対売買による差金決済であり、かつ現物ポジションが解消すると同時に、先物ポジションも反対売買されると仮定する。

いま、債券を  $q$  単位現物で保有している場合の完全なリスク・ヘッジを考えてみよう。このヘッジは現物の価格下落による損失を回避するために、同一の債券を先物市場で同じ  $q$  単位だけ反対ポジション——すなわち、売りポジション (ショート・ポジション) ——で保有することを意味する。買いポジション (ロング・ポジション) を正の数、そして売りポジションを負の数で表わすことにする。先物ポジションの持ち高を  $x$  とすると、

$$(1) \quad x = -q$$

3) リスク・ヘッジ理論の簡単なサーベイをしたものとして、Powers & Vogel [20], pp.179-181; 角用 [5], pp.11-16; 杉本 [7], pp.98-104; Ederington [14], pp.159-164, 等がある。

であり、ヘッジ比率 (hedge ratio)  $h$ ——現物ポジションに対する先物ポジションの割合——は

$$(2) \quad h = -1$$

となる。

現在時点を 1, 将来のある時点を 2 とし, 当該債券の時点 1 における現物価格, 先物価格を 各々  $P_1, F_1$ , 時点 2 におけるそれらを 各々  $P_2, F_2$  で表わす。

この時, ヘッジしない場合のポジション (アンヘッジ・ポジション) の予想収益を  $\pi_u$  で書き記すと,  $\pi_u$  は

$$(3) \quad \pi_u = q(P_2 - P_1)$$

と表わされ, 他方, 先物でヘッジを行なった場合のポジション (ヘッジ・ポジション) の予想収益を  $\pi_h$  で書き記すと,  $\pi_h$  は

$$(4) \quad \begin{aligned} \pi_h &= q(P_2 - P_1) + x(F_2 - F_1) \\ &= q\{(P_2 - F_2) - (P_1 - F_1)\} \end{aligned}$$

と表わされる<sup>4)</sup>。

ここで, 現物価格の予想変化  $P_2 - P_1$  を  $\Delta P$ , 先物価格の予想変化  $F_2 - F_1$  を  $\Delta F$  で記すと, ベーシス (現物価格と先物価格との差額として定義される<sup>5)</sup>)  $B$  の変化  $\Delta B$  は

$$(5) \quad \begin{aligned} \Delta B &= B_2 - B_1 \\ &= (P_2 - F_2) - (P_1 - F_1) \\ &= \Delta P - \Delta F \end{aligned}$$

となる。ゆえに, (3), (4)式は

$$(3)' \quad \pi_u = q\Delta P$$

$$(4)' \quad \pi_h = q\Delta B$$

4) 予想収益  $\pi_u, \pi_h$  の計算では, 現物債券の利子収入, 先物の取引費用 (仲介手数料, 証拠金の逸失利子) は無視している。

5) ベーシスは「先物価格—現物価格」として定義されることもある。Ederington [14], p.159; Powers & Vogel [20], p.183を参照せよ。

と変形される。

$P_2, F_2$  は将来価格であり、現在時点では未だ知られていないから、主観的に予想された確率変数であると考えられる<sup>6)</sup>。任意の確率変数  $A$  の期待値  $E(A)$ 、分散  $V(A)$  をそれぞれ  $\bar{A}, \sigma^2(A)$  で、そして確率変数  $A, B$  の共分散  $Cov(A, B)$ 、相関係数をそれぞれ  $\sigma(A, B), \rho(A, B)$  で書き表わす。(3)′, (4)′式より

$$(6) \quad \sigma^2(\pi_u) = q^2 \sigma^2(\Delta P) = q^2 \sigma^2(P_2)$$

$$(7) \quad \sigma^2(\pi_h) = q^2 \sigma^2(\Delta B) = q^2 \sigma^2(B_2)$$

が得られる。

伝統的なリスク・ヘッジ理論では、「現物価格の変化  $\Delta P$  よりもベーススの変化  $\Delta B$  の方が小さく、従って、ヘッジ・ポジションの予想収益  $\pi_h$  の分散  $\sigma^2(\pi_h)$  はアンヘッジ・ポジションの予想収益  $\pi_u$  の分散  $\sigma^2(\pi_u)$  よりも小さくなる<sup>7)</sup>」ということを主張する。

これから次のことがわかる。

- ① 伝統的理論におけるヘッジとは、価格の絶対的な変化 ( $\Delta P$ ) を相対的な変化 ( $\Delta B$ ) に置き換えることによって、予想収益の分散 (リスク) を小さくする取引である。
- ② ベーススの期待される変化がゼロ ( $E(\Delta B) = 0$ ) の時、 $\Delta \bar{P} = \Delta \bar{F}$  が成立し、

6) 「主観的に予想された」と言っても、予想が客観的なデータに基づいていないということの意味しているのではなく、予想は本質的に主観的なものであることを主張しているに過ぎない。

7) ベーススの変化は現物価格の変化よりも相対的に小さいことの理由として、通常、「現物受渡し決済の可能性」が挙げられる。つまり、現物受渡し決済が認められているため現物価格と先物価格は比例的にはないが並行して変動するので、その差額たるベーススの変動は現物価格の変動よりも相対的に小さくなると主張されるのである。この理由は、「現物受渡し決済が認められていないもしくは有り得ない先物取引—例えば、指数先物—の場合には、ベースス変動は現物価格変動よりも相対的に小さくならないのだろうか」という疑問を呼び起こす。詳しい吟味が必要であろう。なお、 $\sigma^2(\pi_h) < \sigma^2(\pi_u)$  は先験的には確定できない。

完全ヘッジとなる<sup>8)</sup>。この時、ヘッジ・ポジションの期待収益  $\overline{\pi_h}$  は0である。

## (2) 期待収益最大化仮説

ワーキングは、ヘッジとは期待収益の最大化を図る行為であると考え。この点で伝統的なヘッジ観とは根本的に異なっている。

ワーキングに依れば、ヘッジは現物価格と先物価格がパラレルに動くことを期待してなされるのではなく、直物—先物価格関係 (spot-futures price relationship), つまりベースス, の変化を期待して行なわれる<sup>9)</sup>。ヘッジャーは現物および先物の絶対価格の変化ではなく、それらの相対価格の変化に関心を持っている。その意味では、ヘッジャーはベーススという相対価格に投機するスペキュレーター (speculator) なのである。

ところで、アンヘッジ・ポジション (unhedged (nonhedged) position) とヘッジ・ポジション (hedged position) の予想収益  $\pi_u, \pi_h$  は

$$(3)' \quad \pi_u = q\Delta P$$

$$(4)' \quad \pi_h = q\Delta B$$

で表わされることは前述した。ワーキングは「現物ポジションの保有者はベーススが拡大する ( $\Delta B > 0$ ) と期待される時には売りヘッジを行ない、逆に、ベーススが縮小する ( $\Delta B < 0$ ) と予想される時には全くヘッジを行なわない」と考える<sup>10)</sup>。ワーキングの仮説は以下のことを含意している。

ヘッジ比率は1か0のどちらかであり、個々のヘッジャーは部分ヘッジ (partial hedge) を行なわない。市場全体としては部分ヘッジが起り得る。

ヘッジ・ポジションとアンヘッジ・ポジションとの期待収益の差は

8) ベースス変化の期待値はゼロであっても、その分散 ( $\sigma^2(\Delta B)$ ) はゼロとは限らないから、事前的な意味では完全ヘッジであるが、事後的に完全ヘッジとなるかどうか確定できない。「ベーススの変化がゼロ」と述べる場合、事前的意味かそれとも事後の意味か明確に区別する必要がある。杉本〔7〕, pp. 99-100にはこの点混同があるように思われる。

9) Working〔28〕, pp. 325, 326.

10) Working〔28〕, pp. 325, 326;〔29〕, pp. 436-443.

$$(8) \quad \bar{\pi}_h - \bar{\pi}_u = -q\Delta\bar{F}$$

となる。この式より、

〈イ〉  $q > 0$  の場合

i)  $\Delta\bar{F} > 0$  の時、 $\bar{\pi}_h < \bar{\pi}_u$

ii)  $\Delta\bar{F} = 0$  の時、 $\bar{\pi}_h = \bar{\pi}_u$

iii)  $\Delta\bar{F} < 0$  の時、 $\bar{\pi}_h > \bar{\pi}_u$

〈ロ〉  $q < 0$  の場合

i)  $\Delta\bar{F} > 0$  の時、 $\bar{\pi}_h > \bar{\pi}_u$

ii)  $\Delta\bar{F} = 0$  の時、 $\bar{\pi}_h = \bar{\pi}_u$

iii)  $\Delta\bar{F} < 0$  の時、 $\bar{\pi}_h < \bar{\pi}_u$

が得られる。

さて、ワーキングによると、ヘッジャーは  $\Delta\bar{B}$  の符号によってヘッジを行なうかそれとも行なわないか、を決定する。すなわち、すなわち、現物市場での買いポジション保有者 ( $q > 0$ ) は、 $\Delta\bar{B} > 0$  ならば完全売りヘッジを行ない、 $\Delta\bar{B} < 0$  ならば全く売りヘッジを行なわない。逆に、現物の売りポジション保有者 ( $q < 0$ ) は、 $\Delta\bar{B} < 0$  の時に買いヘッジを行ない、 $\Delta\bar{B} > 0$  の時にはヘッジをしない。

しかし、ワーキングが言うように、ヘッジャーが期待収益最大化を目的とするならば、ベーススが拡大する ( $\Delta\bar{B} > 0$ ) と期待しても、無条件で売りヘッジを行なうことはない。先物価格が下落すると期待される ( $\Delta\bar{F} < 0$ ) の場合のみ、売りヘッジを行なうであろう。何故なら、その場合にのみヘッジした方がしないよりもより大きな期待収益をもたらす ( $\bar{\pi}_h > \bar{\pi}_u$ ) からである。先物価格が上昇すると期待される ( $\Delta\bar{F} > 0$ ) 場合には、たとえベーススが拡大すると期待される場合でも、期待収益最大化を目指すヘッジャーは売りヘッジを行なわない<sup>11)</sup>。

11) 先物価格に変化がないと期待される ( $\Delta\bar{F} = 0$ ) 場合、ヘッジャーはヘッジするかどうかに関して無差別になる。ヘッジに要する取引費用を考慮すると、恐らくヘッジしないであろう。

現物市場で売りポジションにあるヘッジャーは、上とは逆に、先物価格の上昇を期待する時のみ買いヘッジを行なう。

結局、ワーキングの仮説の貢献は、ヘッジの投機的側面——ベーススの変化に投機するという——に光を当てることによって、ベースス管理 (basis management) の重要性を示唆したということである。

### (3) 最小分散ヘッジ仮説

ヘッジ理論にポートフォリオ理論を適用して、リターン (収益) とリスク (危険) の両面からヘッジ比率を決定しようとするアプローチもある。その中でも最小分散ヘッジ・アプローチは、先物でヘッジを行なう際に、ポジションの予想収益の分散を最小にするようにヘッジ比率を決定しようとするものである<sup>12)</sup>。

先物取引に要する費用は取引量  $x$  に依存するから、 $K(x)$  と表わせる。この時、ヘッジ・ポジションの予想収益  $\pi_h$  は

$$(9) \quad \pi_h = q(P_2 - P_1) + x(F_2 - F_1) - K(x)$$

となる。

$\pi_h$  の期待値と分散を求める。

$$(10) \quad \bar{\pi}_h = q\Delta\bar{P} + x\Delta\bar{F} - K(x)$$

$$(11) \quad \sigma^2(\pi_h) = q^2\sigma^2(\Delta P) + x^2\sigma^2(\Delta F) + 2qx\sigma(\Delta P, \Delta F)$$

ここで、 $h = -x/q$  を考慮すると、

$$(10') \quad \bar{\pi}_h = q(\Delta\bar{P} - h\Delta\bar{F}) - K(-hq)$$

$$(11') \quad \sigma^2(\pi_h) = q^2\{\sigma^2(\Delta P) + h^2\sigma^2(\Delta F) - 2h\sigma(\Delta P, \Delta F)\}$$

となる。

ヘッジ・ポジションの予想収益の分散  $\sigma^2(\pi_h)$  を最小にするヘッジ比率  $h^*$  は、(11)'式を  $h$  で偏微分して0と置くことによって得られる。

$$(12) \quad \frac{\partial \sigma^2(\pi_h)}{\partial h} = q^2\{2h\sigma^2(\Delta F) - 2\sigma(\Delta P, \Delta F)\} = 0$$

12) 「ポートフォリオ・ヘッジ理論 (portfolio hedge theory)」とも呼ばれる。



$$(13) \quad h^* = \frac{\sigma(\Delta P, \Delta F)}{\sigma^2(\Delta F)} = \rho(\Delta P, \Delta F) \cdot \frac{\sigma(\Delta P)}{\sigma(\Delta F)}$$

二階の条件は

$$(14) \quad \frac{\partial^2 \sigma^2(\pi_h)}{\partial h^2} = 2q^2\sigma^2(\Delta F) > 0$$

となっており、満たされている。

これより、分散を最小にするヘッジ比率  $h^*$  は、現物価格変化と先物価格変化の標準偏差の比率に両方の価格変化の相関係数を掛けたものに等しい、ことがわかる。ヘッジ比率は、伝統的理論の言うように、1 であるとは限らない。

$h = h^*$  の時の予想収益の分散（最小分散）を求めると、

$$(15) \quad \sigma^2(\pi_{h^*}) = q^2\sigma^2(\Delta P) \{1 - \rho^2(\Delta P, \Delta F)\}$$

となる。以上から次のことがわかる。

① 最小分散  $\sigma^2(\pi_{h^*})$  は一般にゼロではない。 $\sigma^2(\pi_{h^*}) = 0$  となるのは、 $\rho(\Delta P, \Delta F) = \pm 1$  の時である。つまり、ヘッジによって期待収益を百分確定することはできない。

② 現物価格変化と先物価格変化が全く無相関 ( $\rho(\Delta P, \Delta F) = 0$ ) ならば、最小分散ヘッジ比率  $h^*$  は 0 となる。つまり、ヘッジ手段が被ヘッジ物件と全く価格変化において相関関係がない場合には、ヘッジしないことが最良のヘッジになる（ヘッジしようとしても目的を達成できない）。

③ 現物価格変動と先物価格変動との相関関係が高い程——正負いずれの相関関係であれ——、最小分散ヘッジ比率  $h^*$  の値は大きくなり、かつその時の最小分散  $\sigma^2(\pi_{h^*})$  の値は小さくなる。

④ 理論的には、ヘッジ手段が被ヘッジ物件と負の相関を有していても、ヘッジ目的からは一向に差し支えない。実際問題としては、このようなヘッジ手段の存在は稀だろう。

⑤ 現物価格変化を先物価格変化に線型回帰させた式

$$(16) \quad \Delta P = \alpha + \beta \Delta F + u$$

において、 $\beta$  の最小二乗推定値  $\hat{\beta}$  が

$$(17) \quad \hat{\beta} = \frac{\sigma(\Delta P, \Delta F)}{\sigma^2(\Delta F)}$$

となることは良く知られている。最小分散ヘッジ比率  $h^*$  はこの  $\hat{\beta}$  に等しいことがわかる。

⑥最小分散ヘッジ比率  $h^*$  は、ヘッジ・ポジションの期待収益をゼロにするヘッジ比率（素朴なヘッジ理論）や期待収益を最大化するヘッジ比率（ワーキング仮説）とは一般に一致しない。

⑦ヘッジ効率 (hedge efficiency) を、アンヘッジ・ポジションの分散に対するヘッジ・ポジションの分散縮小効果で測ることにすると、ヘッジ効率  $e$  は

$$(18) \quad e = 1 - \frac{\sigma^2(\pi_{h^*})}{\sigma^2(\pi_u)}$$

で示される<sup>13)</sup>。(15)式と

$$(19) \quad \sigma^2(\pi_u) = q^2 \sigma^2(\Delta P)$$

とから、

$$(20) \quad e = \frac{\sigma^2(\Delta P, \Delta F)}{\sigma^2(\Delta P) \sigma^2(\Delta F)} = \rho^2(\Delta P, \Delta F)$$

となる。これは現物価格変化と先物価格変化との間の決定係数である。

これから、もしヘッジャーが分散最小化という行動原理に従って行動するならば、現物債券価格と債券先物価格との相関関係の大小がヘッジ効率を決定することがわかる。このことを言い換えれば、ヘッジ手段が複数ある場合にどの債券先物を採用すべきかと言うと、ヘッジ効率を高めるためには現物価格と最も相関関係の高い先物価格を持つ先物商品を採用すべきだということである。

⑧この仮説は次のことを含意している。二人の投資家がいて異なったヘッジ比率で同一現物のヘッジを行なったとしたら、彼らの現物価格予想、先物価格予想の少なくともどちらか一方は異なっている。換言すると、現物、先物の価格予想が同一の二人の投資家は、必ず同一のヘッジ比率を採ると言うことである。これは現実的でない。たとえ価格予想が同じであっても、危険に対する寛容度（もしくは、回避度）が異なれば、ヘッジ戦略またはポートフォリオ戦略が異なるからヘッジ比率にも差異が出て来る。この仮説は規範的理論としては

13) 「ヘッジ効率」は事後的概念としても定義できる。Rothstein [23], p.180. 事前的概念と混同しないよう注意が必要である。

有用であるが、実証的理論としては不十分である。

#### (4) 期待効用最大化仮説

期待収益最大化仮説はヘッジの収益的側面にのみ注目して、リスク側面を無視している。これに対して、分散最小化アプローチでは、ヘッジャーは予想の分散最小化にのみ関心を持ち、期待収益を増大させることには無頓着である。しかし、ヘッジャーの実体はそのほとんどが金融機関や私的企業であり、最終的には長期的な視点から利益を最大化することを目的としている。リスクをでき得る限り軽減することは、ヘッジャーにとって手段としての目的であり、最終的な目的ではない。そこで次に考えられるのが、ヘッジャーは収益とリスクの双方を比較考量しながら、最適なヘッジ戦略を追求するだろうということである。具体的には、期待収益を一定水準以上に保ちつつリスクを最小化する行動（条件付きリスク最小化）、あるいはリスクを一定限度以下に抑えつつ期待収益を最大化する行動（条件付き期待収益最大化）などが考えられる。その中で理論的に精緻なのが期待効用最大化仮説である。この仮説はいわゆる資産選択理論（portfolio selection theory）で幅広く受け入れられているものである<sup>14)</sup>。期待効用最大化仮説は周知の理論であるから、詳細は省略しその概要だけを述べる。

ヘッジ・ポジションの期待収益と分散はヘッジ比率  $h$  の関数として (10)', (11)' 式のように表わされるから、この二式から  $h$  を消去すると、ヘッジ比率  $h$  の値を 0 から 1 まで連続して変化させた時の期待収益と分散の組合わせを表わす投資機会軌跡（investment opportunity locus）が導き出される。次に、投資家の期待効用関数を特定化する。最後に、投資機会軌跡を制約条件、そして期待効用関数を目的関数とするラグランジュ関数を作り、このラグランジュ関数を期待収益  $\bar{\pi}_h$ 、分散  $\sigma^2(\pi_h)$ 、そしてラグランジュ乗数  $\lambda$  に関して偏微分してゼ

14) 資産選択理論は Markowitz [19] や Tobin [27] によって展開されたものであることは周知である。拙著 [10] はその理論の展開を跡着けて、流動性選好理論との関係を追究したものである。

ロと置く。この三式から最適解  $\bar{\pi}_h^*$ ,  $\sigma^2(\pi_h)^*$ ,  $\lambda^*$  を求める。 $\bar{\pi}_h^*$  を(10)'式あるいは  $\sigma^2(\pi_h)^*$  を(11)'式に代入すると、最適ヘッジ比率  $h^*$  が求まる<sup>15)</sup>。

この期待効用仮説は、①期待収益とリスクの両要因がヘッジ比率の決定において考慮されている、②対象たる投資物件——現物および先物——のみでなく、投資主体たるヘッジャーのリスクに対する主観的な好悪——リスク回避度 (risk aversion) で測ることができる<sup>16)</sup>——もまた、ヘッジ比率の決定に重要な影響を与える、という点において理論的には優れている。しかしその反面、期待効用という主観的なものを測定し、かつ数量化することは不可能に近いため実用的ではないという大きな欠点がある。

### III ヘッジ取引の手順・技術

前節で主要なヘッジ理論をサーベイした。債券先物を援用したリスク・ヘッジは極めて実用的な取引手法である。この節では、リスク・ヘッジを実際に行なうに当たっての手順およびヘッジ比率算定の技術について検討する。

ヘッジを現実実施する場合、ヘッジ計画を策定しなければならない。その策定の具体的な手順は次の通りである。

- ①ヘッジ期間中に予想されるリスク負担額の推計とヘッジの意思決定
- ②当該リスクの先物契約を用いてのヘッジの可能性の吟味
- ③用いるべき先物契約の種類を選択
- ④採用された先物契約の限月の選定
- ⑤採用された先物契約の数量(価額)の決定
- ⑥仲介手数料、証拠金の逸失利子などのヘッジ・コストの考慮
- ⑦ヘッジのタイミング

15) Rutledge [25] を参照せよ。

16) リスク回避度として絶対的危険回避度 (absolute risk aversion) と相対的危険回避度 (relative risk aversion) が区別される。

### (1) リスク負担額の推計

企業や金融機関がリスク・ヘッジするかどうかの意思決定に直面して最初に為すべきことは、ヘッジしない場合に曝されるリスク負担 (risk exposure) を数量化することである。そのためには、

- ①ヘッジ期間中の金利変動の見通し
- ②金利変化の規模の推定
- ③金利変化が発生する確率の推定

に基づいて、予想される金利リスク負担額の数学的期待値を算定する<sup>17)</sup>。

次に、上述のようにして推計されたリスク負担額 (risk exposure cash values) が、企業にとって甘受し得る限度内かそれとも限度外かを判断しなければならない。その判断規準は企業ごとに異なっていよう。一つの基準として、自己資本に対するリスク負担額の比率が挙げられる。

### (2) ヘッジの可能性

保有している現物債券 (もしくは現物負債) ——予想ヘッジ (anticipatory hedge) の場合には、将来購入しようと計画している債券あるいは借り入れしようと計画しているローン——を先物契約でヘッジできるかどうか検討しなければならない<sup>18)</sup>。

そのヘッジの可能性を探る上でのポイントは、現物債券 (もしくは現物負債) の価格変動と高い相関関係を有する先物契約が存在するかどうかということである<sup>19)</sup>。現物の価格変動と先物の価格変動との相関関係——これは現物価

17) その具体的な計算例が Fitzgerald [15], pp.70-71 で与えられている。

18) ヘッジしないということは現物債券の価格変動リスクに曝されることを意味しており、一種の投機とさえ言える。その意味で、ヘッジしないことは「惰性的投機 (inertial speculation)」と呼ばれることもある。Rebell & Gordon [22], pp.8, 33.

19) 価格変動における相関関係と金利変動における相関関係とは異なるものであることに注意する必要がある。例えば、a 現物債と b 先物契約とが価格変動の面では高い相関関係を有するが、金利変動の面ではそれ程でもないと言うことが有り得る。

格と先物価格との相関関係に一致する<sup>20)</sup>——の大小は、ベーススの安定性と密接に関係している。「リスク・ヘッジとはベーススへの投機である」と言われることからわかる通り、ベーススの安定性がヘッジの成果と深く関わっている。ヘッジするためには相関係数の値はどれ程でなければならないかは、個々の企業の基準に依る<sup>21)</sup>。また、その基準自体が硬直的かつ不変の性質のものと言うよりも、現物市場でのリスク負担額の期待値と分散（特に、分散）に依存する性質のものであろうと推察される。金利動向が不透明で先行き上昇するか下落するの全く掴めない——それ故、金利変化の数学的期待値はゼロ——という金融情勢下において、長期国債を保有しているA銀行は先物契約でヘッジしないのに対して、事業債を保有しているB銀行は国債先物で売りヘッジを行なうということが考えられる。それは長期国債の価格変動率（volatility）は小さいのに、事業債の価格変動率は大きいからである。

### （3） どの先物契約を用いるか

先物契約で現物証券（cash financial instrument）をヘッジしようとする際、現物証券と全く同一の先物を用いることはできない。これは次の二つの理由による。

①先物市場ではいわゆる「標準物（standardized futures contract）」取引

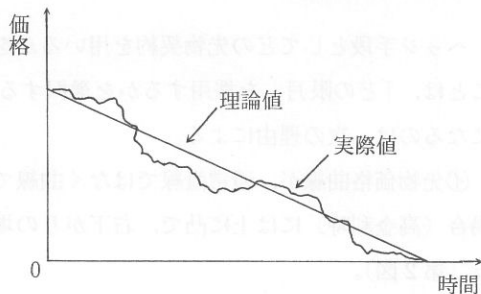
$$\begin{aligned}
 20) \quad \rho(\Delta P, \Delta F) &= \sigma(\Delta P, \Delta F) / \sigma(\Delta P) \cdot \sigma(\Delta F) \\
 &= E[(\Delta P - \bar{\Delta P})(\Delta F - \bar{\Delta F})] / \sqrt{E[(\Delta P - \bar{\Delta P})^2] \cdot E[(\Delta F - \bar{\Delta F})^2]} \\
 &= E[\{P_2 - P_1 - (\bar{P}_2 - \bar{P}_1)\} \{F_2 - F_1 - (\bar{F}_2 - \bar{F}_1)\}] \\
 &\quad / \sqrt{E[\{P_2 - P_1 - (\bar{P}_2 - \bar{P}_1)\}^2] \cdot E[\{F_2 - F_1 - (\bar{F}_2 - \bar{F}_1)\}^2]} \\
 &= E[(P_2 - \bar{P}_2)(F_2 - \bar{F}_2)] / \sqrt{E[(P_2 - \bar{P}_2)^2] \cdot E[(F_2 - \bar{F}_2)^2]} \\
 &\quad (\because \bar{P}_1 = P_1, \bar{F}_1 = F_1) \\
 &= \sigma(P_2, F_2) / \sigma(P_2) \cdot \sigma(F_2) \\
 &= \rho(P_2, F_2)
 \end{aligned}$$

21) フィッツジェラルドは「0.7を上回る値であれば、ほとんどの企業は満足するであろう」と述べているが、その理由は明記されていない。Fitzgerald [15], p. 74 を参照。

が行なわれていることが多く、標準物は現実には存在しない架空の証券であるから、標準物と全く同一の現物証券は存在する余地がない。東証の国債先物の標準物は「表面利率6%の10年物国債」となっているが、残存期間が丁度10年の国債は1日間しか存在し得ない。

②先物市場で取引される金融先物商品 (financial futures commodities) の種類は、現物市場で取引される金融商品と比較して極めて数が少ない。そのためどうしてもヘッジしようとする現物証券と類似の金融先物契約で我慢するしかない。ある先物契約の現物受渡し適格銘柄 (deliverable instruments (grades)) 以外の現物証券に対して、その先物契約で行なうヘッジは「クロス・ヘッジ (cross hedge)」と呼ばれる。

リスク・ヘッジの成果は「ベーススの安定性 (basis stability)」に係っているが、上述の二つの事情からベーススが不安定な性格を帯びてくることは避けられない。殊に、クロス・ヘッジの場合はそうである<sup>22)</sup>。ベーススは先物契約の限月が近づくにつれてゼロに接近するが、ベーススの実際値はその理論値から乖離する。第1図は短期金利が不変という仮定の下で、純持越費用が正の場合におけるベーススの理論値と実際値の推移を描いたものである (仮設例)。ベーススの安定性は、ベーススの実際値の理論値からの乖離率を尺度として測定することができる。



第1図 ベーススの推移

22) ベースス変動が不安定であればある程 (分散が大きければ大きい程)、予想外の損失 (もしくは、利得) が発生する確率が高くなるから、リスク・ヘッジの投機的性格が強くなる。しかし、ヘッジしないことも投機的一种 (惰性的投機) であることを考えれば、クロス・ヘッジであってもヘッジするか否かの意思決定において肝要なことは、ヘッジしない場合のコストとヘッジする場合のコストとの相対的な大小関係であることがわかる。

ベーススの不安定性は次の諸要因に依る。

①信用度 (creditworthiness) の違い……被ヘッジ物件 (hedged instrument) とヘッジ手段 (hedge vehicle (instrument)) との信用格付けの差異が大きい程、両者の価格変動の相関関係は小さくなり、ベーススの上下振動は激しくなる。

②残存期間の違い

債券の価格には予想要因が影響を与えるが、その予想要因の影響は期先になる程相対的に大きくなる。従って、残存期間が接近している程予想要因の効果は小さくなり、裁定による理論価格が現実に達成されやすい。

③流動性

現物、先物とも流動性が大きい程、異常な価格変動は発生しにくく、ベーススは安定的である。

④その他需給要因

#### (4) 限月の選定

ヘッジ手段としてどの先物契約を用いるかを決めた後でしなければならないことは、「どの限月」を採用するかを選択することである。限月の選定が必要になるのは、次の理由による。

①先物価格曲線が、通常直線ではなく曲線であるということ——右上がりの場合（高金利時）には上に凸で、右下がりの場合（低金利時）には下に凸である（第2図）。

②金融情勢の変化に応じて先物価格曲線がシフトする時、その形状が変化するということ。

限定の選定にはいる前に、〈a〉先物価格が現物価格とどう関係に定まるのか、〈b〉先物価格の限月間構造が如何に定まるのか、を考察しておこう。

##### 〈a〉債券先物の理論価格

先物契約は日々限月ごとに価格が形成される。その限月ごとの価格は基本的には需給によって決定されるが、異限月間あるいは現物—先物間で裁定取引が



行なわれる結果、現物価格と先物価格との間、異なる限月の先物価格間において理論的な裁定関係式が成立することになる<sup>23)</sup>。

$$(21) \quad F_1 = P_1 - \frac{t}{365}(r_c V - r_i P_1)$$

ここで

$V$  = 現物債券の額面価値

$r_c$  = 表面金利 (coupon rate)

$r_i$  = 短期金利

$t$  = 先物の現物受渡し期限までの日数

である。

(21)式の右辺第2項は現物債券のクーポン収入を、そして第3項は現物債券購入の金融費用 (financing costs) を示している。現物価格から先物価格を引いたものはベース (basis) と呼ばれる。ベース  $B$  は

$$(22) \quad B_1 = P_1 - F_1 \\ = \frac{t}{365}(r_c V - r_i P_1)$$

となることから、純持越費用 (net cost of carry) に等しい<sup>24)</sup>。

(22)式を変形すると、次の式が得られる。

$$(23) \quad B_1 = \frac{t}{365}(r_d - r_i)P_1$$

$r_d$  = 現物債券の直接利回り

(23)式から、先物価格が現物価格より高いか安いかということは、純持越費用の符号に掛かっており、そしてこれは詰まるところ、現物債券の直接利回りと短期金利との相対的な大小関係に係存している。すなわち、

23) 詳しくは、拙稿 [11], pp.434-436 を参照せよ。勿論、これは先物の理論価格であって、現実の先物価格がこの価格に一致すると言う訳ではない。しかし、現実価格は理論価格に向かって絶えず収束しようとする。裁定取引は価格メカニズムが理論で含意されている方向に働くことに大きく貢献しており、延いてはヘッジャーの活動にも大いに役立っている。

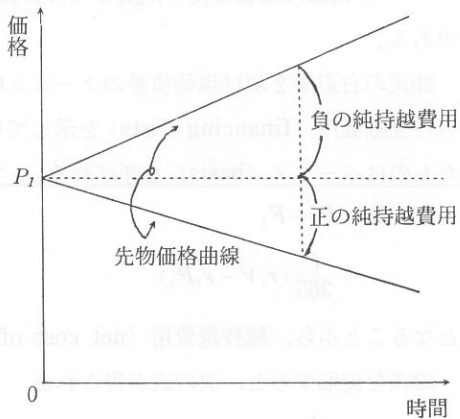
24) クーポン収入から金融費用を控除したものは純持越費用と呼ばれる。

(イ)直接利回り>短期金利(順鞘)の場合 純持越費用はプラスであり、先物価格は現物価格より安くなる。これを先物契約にディスカウントがつくという。

(ロ)直接利回り=短期金利の場合 純持越費用はゼロであり、先物価格は現物価格に等しくなる。

(ハ)直接利回り<短期金利(逆鞘)の場合 純持越費用はマイナスであり、先物価格は現物価格より高くなる。これを先物契約にプレミアムがつくという。

現物価格と先物価格の関係を図示すると、第2図になる。横軸には先物契約の現物受渡し期限までの日数(時間)が、そして縦軸には先物価格が測られている。現時点の現物価格  $P_1$  を基準にして、純持越費用が正の場合と負の場合それぞれの先物価格曲線が描かれている。先物価格曲線の傾きは、1日当たりの純持越費用に  $-1$  を乗じたもの  $(-P_1(r_d - r_s)/365)$  に等しい。



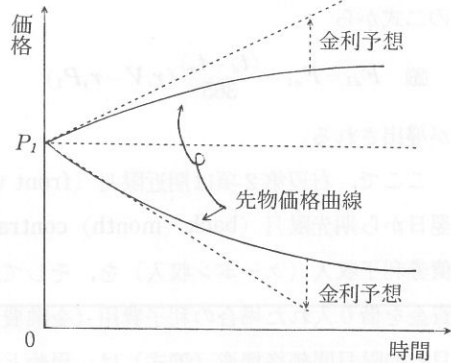
第2図 先物価格曲線

現物債券の直接利回りは現在の長期利率の一種であるから、純持越費用が正のケースは、長期金利が短期金利より高いという正常な期間構造に対応している。逆に、純持越費用が負のケースは長短金利逆転の金融情勢を示している。従って、先物価格曲線が右上がり(右下がり)ということは、将来現物価格が高く(安く)なり、そして金利が下落(上昇)するということを示唆しているのではないことに注意する必要がある。先物価格曲線の右上がり(もしくは、右下がり)構造は、その時の長短金利構造が市場参加者の裁定行動を通じて現物—先物価格構造に映し出されたものに過ぎない。

ところで、債券先物の利回りが将来の現物債券の予想金利と何らかの関係にあることでは大方の意見が一致しているが<sup>25)</sup>、そうだとすれば、債券先物の価

25) 先物金利を将来の予想された現物金利そのものと見做す見解が存在するが、上述の

格は将来の金利水準についての市場予想によって影響を受けることになる。その影響の度合いは、限月が近いもの（期近債）よりも遠いもの（期先債）の方が大きいであろう。その結果、先物価格曲線は第2図に描かれている直線から乖離することになるが、その乖離度は期先になる程大きくなる。先物価格曲線が第2図の直線の上方に位置するかそれとも下方に位置するかは、将来の直物金利に関して市場が下落を予想するかそれとも上昇を予想するかに依る。第3図では、上方の先物価格曲線は将来の利子率下落予想を、そして下方の先物価格曲線は将来の利子率上昇予想をそれぞれ仮定して描かれている。



第3図 金利予想と先物価格曲線

さて、先物価格の決定要因たる純持越費用と予想要因のいずれも、限月が近づくにつれてその影

響は小さくなって行くから、先物価格は限月が近づくにつれて次第に現物価格に接近し、そして現物受渡し期日には現物価格と完全に一致する。これは収束 (convergence) 現象として知られている。

〈b〉 異限月間の価格関係

現物価格と先物価格との裁定による価格関係式は(2)式の通りであるが、異限月の先物価格相互間の関係式も同じように考えることができる。すなわち、(2)式を書き直して

$$(24) \quad F_{n1} = P_1 - \frac{t_n}{365} (r_c V - r_f P_1)$$

議論から将来の直物金利に関する予想は、先物価格（換言すれば、先物金利）そのものではなく、「先物価格とその理論価格（裁定価格）との乖離幅」に反映されていると考える方が自然であろう。

$$(25) F_{d1} = P_1 - \frac{t_d}{365}(r_c V - r_s P_1)$$

$F_{n1}$  = 期近限月の先物価格

$F_{d1}$  = 期先限月の先物価格

$t_n$  = 期近限月先物の受渡し期限までの日数

$t_d$  = 期先限月先物の受渡し期限までの日数

の二式から

$$(26) F_{d1} = F_{n1} - \frac{(t_d - t_n)}{365}(r_c V - r_s P_1)$$

が導出される。

ここで、右辺第2項は期近限月 (front (month) contract) の受渡し期日の翌日から期先限月 (back (month) contract) の受渡し期日までの期間の現物債券利子収入 (クーポン収入) を、そして第3項は現在の短期金利で同じ期間資金を借り入れた場合の利子費用 (金融費用) を表わす<sup>26)</sup>。期近限月と期先限月との限月間価格構造 (26式) は、現物と期近限月先物、現物と期先限月先物という二つの裁定行動から間接的に得られたクロスの (交差した) 裁定関係式であることを注意する必要がある<sup>27)</sup>。

### <c> 先物価格曲線と限月の選択

同一債券の現物価格と先物価格との関係、および先物価格の限月間構造が、一般に第3図のようになることがわかった。それでは、実際に売りヘッジあるいは買いヘッジする場合に、どの限月を選んだら良いのだろうか。

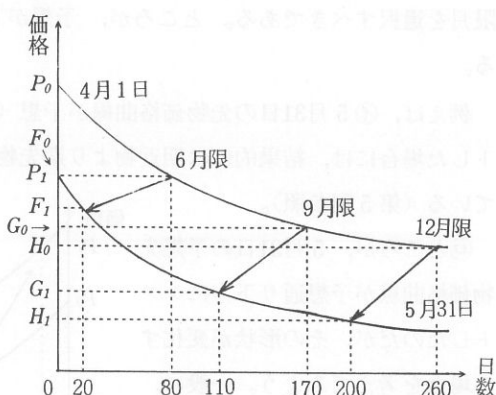
#### ① 先物価格曲線の形状が変化しない場合

現在——4月1日とする——の先物価格曲線が第4図の上の曲線の位置にあ

26) 期近限月は nearby contract, 期先限月は deferred (month) contract, distant contract と呼ばれる。

27) 期近限月と期先限月間の裁定がダイレクトに行なわれる場合、裁定関係式は26式とは少し異なったものになる。杉本 [7], p. 48 はダイレクトな裁定関係式を呈示している。現物、期近限月先物、期先限月先物の三商品がある場合、どのような裁定行動がとられるか興味のあるところである。

るものとする。残存期間10年の長期国債を保有している投資家が5月31日にこの国債を売却しようと計画している。市場金利はこれから上昇しそうである。このまま5月31日まで保有すれば、売却時点で  $P_0 - P_1$  のキャピタル・ロス を蒙ることになる。そこで、



第4図 先物価格曲線と限月選定

はヘッジしようとする。そのための手順として、まず、5月31日における国債先物価格の限月間構造を予測するであろう。同日の予想先物価格曲線が第4図の下方の曲線の様になったとする。もし投資家が6月渡しの先物契約で売りヘッジをたてるとしたら、先物契約でのキャピタル・ゲインは  $F_0 - F_1$  にしかない。9月渡し、12月渡しの先物契約であれば、それは各々  $G_0 - G_1$ ,  $H_0 - H_1$  となり、 $F_0 - F_1$  より大きい。このことから、現物市場での損失  $P_0 - P_1$  を先物市場でカバーするには、限月が最も遠いものを用いた方がより効率的であると主張される。<sup>28)</sup> 逆に、先物価格曲線が右上がりの場合には、売りヘッジは限月が近い先物契約を用いた方が効率的であるとされる。しかし、必ずしもそうとは断定できない。

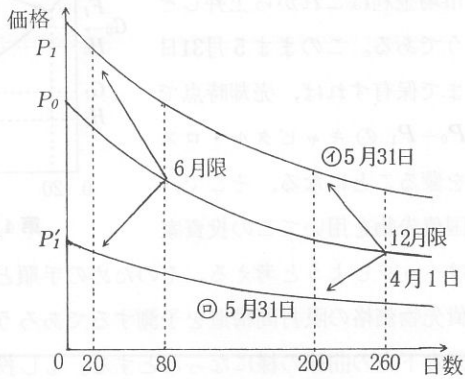
この効率性が「費用の節約」という意味ならば正しい。というのは、右下がりの先物価格曲線の場合、現物債券での期待損失をヘッジするに当たり、期先限月が期近限月よりも少ない契約数で足りるためヘッジの取引費用が節約できるからである。それ故、取引費用の節約という観点からは、期近限月より期先

28) Powers & Vogel [20], pp.196-197; Powers & Weissman [21], p.163. ヘッジの効率性はヘッジによる予想収益の分散縮小効果で測るのが普通である(Ⅱの③を参照)。この尺度でヘッジ効率を測るならば、金利予想が容易な限月を用いた方が効率的ということになる。

限月を選択すべきである。ところが、予想が的外れになる可能性が残っている。

例えば、①5月31日の先物価格曲線が予想（の期待値）に反して上方へシフトした場合には、結果的には期近物より期先物の方が好ましい成果をもたらしている（第5図参照）。

②ところが、5月31日の予想先物価格曲線が予想通り下方にシフトしたのだが、その形状が変化する場合を考えてみよう。一般に、後述するように、期先物より期近物の価格変動が激しいために、期先物より期近物の方がキャピタル・ゲインが大きくなることが十分に起こり得る。

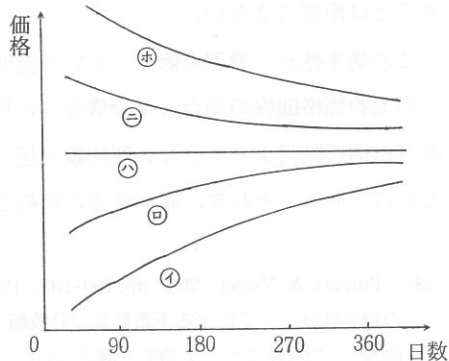


第5図 予想不適中のケース

以上の二つの例は結果による判断であるが、事前的にも期先物より期近物を好ましくする理由が存在する。それはディーリングが期近物に集中する傾向が見られるために、期近物の流動性が大きく、そして期先物の流動性は小さくなる——最も期先の限月は取引が全く成立しない日がしばしばある——ということである。

②先物価格曲線の形状が変化する  
場合

金融情勢の変化に応じて現物、先物双方の金利が変動する際、先物価格曲線の形状が変化することは良く見られる現象である。殊に、金利の先行きが不透明で市場が金利動向を掴めていない時期や、先物価格曲線がフラットにな



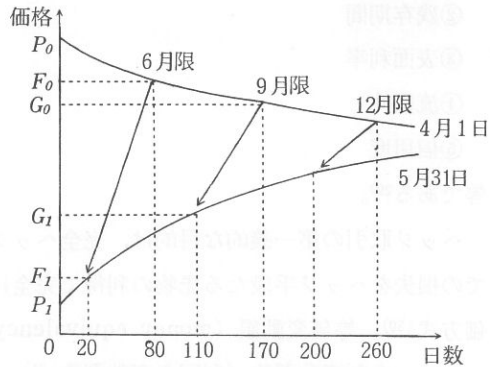
第6図 金利情勢と先物価格曲線

っている金利情勢下においては、ヘッジ期間中に先物価格曲線の形状が変化し易い。

第6図は、金利情勢と先物価格曲線の形状との通常観察される関係を模式化したものである。高金利時には一般に短期金利が長期金利を上回る傾向にあるが、その時にはマイナスの純持越費用を反映してベーススが負となることから、先物価格が現物価格より高くなる（曲線④、⑤）。逆に、低金利時あるいは普通の金融情勢時には、長期金利が短期金利より高いという常識的な金利構造が支配し、純持越費用がプラスなのを映した形でベーススが正となり、先物価格は現物価格を下回る（曲線③、⑥）。高金利から低金利へあるいは低金利から高金利へと移り変わる途中において長短金利が同一水準に定まり、利回り曲線が水平になることがある。この時には純持越費用（それ故、ベースス）はゼロとなり、先物価格は現物価格と一致する（曲線②）。一般に、限月が近い先物契約程、価格変動が激しい。

本論に戻って、先物価格曲線が4月1日には第7図の上方の曲線のようになっていたとしよう。ある機関

投資家が、先行き金利上昇が予想されるので、保有国債の損失カバーのために、5月31日の国債処分時点まで国債先物でヘッジしようと考えている。5月31日に形成されると予想される先物価格曲線が第7図の下方の曲線のようになったとすると、6月限の期



第7図 先物価格曲線の形状変化

近債を用いる方が9月限、12月限、等の期先債を用いるよりも適切である。買いヘッジの時には、逆に、期先の12月限の方が適切であろう。

結論として言えることは、限月の選定に当たっては、先物価格曲線の変化——期待値と分散——をどう読むかが極めて重要になってくるということであ

る。

技術的な細かいポイントとしては、現物市場でのリスク発生時点——現物債券の売却・購入あるいは金融負債の発行予定日など——に合わせて先物市場での限月を選択する場合には、注意が必要である。何故なら、現物受渡し期限が接近するにつれて、受渡し適格銘柄の需給関係からベースが異常な動きをすることがあるからである。

### (5) ヘッジ比率の定め方

完全ヘッジ (perfect hedge) を意図する場合でも、実務上はヘッジ比率を1にすれば良いという程簡単なものではない。これは被ヘッジ物件とヘッジ手段が全く同一ではないからである。ヘッジ手段は通常「標準物」と呼ばれる架空の債券であるから、被ヘッジ物件とヘッジ手段との間にはその属性において相違がある。ヘッジするにはその違いを考慮して、ヘッジ比率を決めることが必要である。その属性とは、

- ①金融資産の種類
- ②残存期間
- ③表面利率
- ④流動性
- ⑤信用度

等である<sup>29)</sup>。

ヘッジ取引の第一義的な目的は、完全ヘッジの場合、被ヘッジ物件たる現物での損失をヘッジ手段たる先物の利得で完全に相殺することにある(変動額等価方式)<sup>30)</sup>。等価変動額 (money equivalency) の達成のためには、

〈イ〉 金利変動調整 (利回り変動調整)<sup>31)</sup>

29) Kolb & Chiang [18], p.72を参照せよ。

30) これは事前的な予想のレベルのことであり、事後的な結果としては、逆に先物での損失を現物での利得で埋め合わせるということも充分考えられる。又、事後的にはヘッジが過剰であったり不足したりする。

31) Powers & Weissman [21], pp.159, 160はこれを“maturity adjustments”と呼んでいる。



## 〈ロ〉 感応度調整

の二つの調整を行なう必要がある<sup>32)</sup>。

## 〈a〉 金利変動調整

金利（利回り）が0.01%変動した時に、被ヘッジ物件の損失（あるいは、利得）とヘッジ手段の利得（あるいは、損失）が、等しくなるようにヘッジ比率を調整することを金利変動調整という。この調整が必要になるのは、被ヘッジ物件とヘッジ手段との間に、①残存期間<sup>33)</sup>および②表面利率において差異があるため、同じ0.01%（1 ベーシス・ポイント）の金利変動に対する価格変動幅が異なるからである。

例えば、T-ビル（T-bill）90日物の1ベーシス・ポイントの変化は1契約（100万ドル）当たり25ドルの価格変動をもたらすが、残存期間6カ月の譲渡性預金（CD, certificate of deposits）の利回りの1ベーシス・ポイントは額面100万ドル当たり50ドルの価格変化を引き起こす。

ダイレクト・ヘッジの場合を考える。利回り0.01%の変化に対応する先物（標準物）価格の変化…… $\Delta F$

現物価格の変化…… $\Delta P$

とすると、ヘッジ比率  $h$  は

$$(27) \quad h = \frac{\Delta P}{\Delta F}$$

で表わされる<sup>34)</sup>。ところで、

32) 調整については、Power & Weissman [21], pp.160-162; 杉本 [7], pp.104-108 等が論じている。

33) 「満期の違い」と記述している文献もあるが、正確には残存期間の違いである。

34) ヘッジ比率は「現物ポジションに対する先物ポジションの割合」と定義される。等価変動額ヘッジにおいては、これは「先物契約の価格変動幅に対する現物債券の価格変動幅の割合」に一致する。(4)式において、等価変動額ヘッジの場合には、ヘッジ・ポジションの期待収益  $\bar{\pi}_h$  はゼロになるから、

$$\bar{\pi}_h = q\Delta P + x\Delta F = 0$$

より、 $h = -x/q$  を求めると、 $h = \Delta P / \Delta F$  が得られる。

$$(28) F_i = C_i \times F$$

$F_i$  = 第  $i$  銘柄の受渡し価格

$C_i$  = 第  $i$  銘柄の換算係数

であるから、

$$(29) \Delta F = \frac{1}{C_i} \times \Delta F_i$$

となり、(27)式に代入すると、

$$(30) h = C_i \times \frac{\Delta P}{\Delta F_i}$$

が成立する。

受渡し適格銘柄のうち実際に現物受渡しに供される銘柄は、いわゆる「受渡し最割安銘柄 (the cheapest-to-deliver instrument)」が多いと言われる。そのため、債券先物 (標準物) の実際の価格形成は受渡し最割安銘柄をベースにして行なわれる傾向があると言われる<sup>35)</sup>。いま第  $c$  銘柄が受渡し最割安銘柄であるとする。ダイレクト・ヘッジの場合、被ヘッジ物件 (等  $j$  銘柄とする) は受渡し適格銘柄の集団に含まれているから、第  $j$  銘柄に関しても(28)式が成立する。

$$(31) F_c = C_c \times F$$

$$F_j = C_j \times F$$

ところで、第  $j$  銘柄の現物価格変化  $\Delta P$  はその受渡し価格の変化  $\Delta F_j$  とほぼ等しいから、近似的に  $\Delta P = \Delta F_j$  と仮定すると

$$(32) h = \frac{\Delta P}{\Delta F} = \frac{\Delta F_j}{\Delta F} = \frac{C_j \times \Delta F}{\Delta F} = C_j$$

が成立する。つまり、ダイレクトヘッジの場合、等価変動額ヘッジ比率は被ヘッジ物件たる現物債券の換算係数に等しい。

#### 〈b〉 感応度調整 (rate sensitivity adjustment)

被ヘッジ物件とヘッジ手段の種類が同一でない場合、あるいは同一であって

35) 杉本〔7〕, p. 61等を参照せよ。

も流動性や信用度が異なる場合には、金融情勢が変わった時の金利変動の度合いが異なるため、ヘッジ比率を調整することが要求される。

例えば、被ヘッジ物件の金利を  $r_P$ 、ヘッジ手段の金利を  $r_F$  とする時、 $r_P$  を  $r_F$  に回帰させた結果、次の推定式が得られたとする。

$$(33) \quad r_P = \alpha + \beta r_F$$

この時、 $r_F$  の係数  $\beta$  が感応度係数（感応性係数，sensitivity factor）<sup>36)</sup> と言われるもので、上式は  $r_F$  の 0.01% の金利変動に対して  $r_P$  は  $0.01\beta\%$  だけ変動するであろうことを意味している。ここで非常に大切なことは、現物債券の流通利回り  $r_P$  と先物契約の流通利回り  $r_F$  との相関係数の大きさである。相関係数が大きい程、ヘッジ目的をより確実に達成できる。相関係数が 1 であれば、 $r_F$  の 0.01% の変動に対して  $r_P$  が  $0.01\beta\%$  変動することは 100% 確実であり、ヘッジャーは所期の目的を完璧に達成できる。それ故、「ヘッジ目的達成の確実性」という観点からは、ヘッジ対象たる現物債券の流通利回りと最も相関関係の高い利回りの銘柄をヘッジ手段として採用することが、最適だと言うことになる。

#### <c> 等価変動額ヘッジ比率の導出

等価変動額ヘッジとは、どのような金融情勢の変化があっても、ヘッジ・ポジションの期待収益  $\bar{\pi}_h$  が変わらないことを意味している。(10)' 式を再記する。

$$(10)' \quad \bar{\pi}_h = q\Delta\bar{P} - hq\Delta\bar{F} - K(-hq)$$

ここで、現物債券の期待変化  $\Delta\bar{P}$  は現物債券の利回り  $r_P$  の、そして先物価格の期待変化  $\Delta\bar{F}$  は債券先物契約の利回り  $r_F$  のそれぞれ関数であるから、(10)' 式の全微分をとると

$$(34) \quad d\bar{\pi}_h = q \frac{\partial \Delta\bar{P}}{\partial r_P} dr_P - hq \frac{\partial \Delta\bar{F}}{\partial r_F} dr_F$$

となる。 $d\bar{\pi}_h = 0$  とおいて、整理すると

36) 感応度係数は「ベータ係数 (beta coefficient)」とも呼ばれる。

$$(35) \quad h = \frac{\left( \frac{\partial \Delta P}{\partial r_P} \right)}{\left( \frac{\partial \Delta F}{\partial r_F} \right)} \times \frac{dr_P}{dr_F}$$

が成立する。

この式は、「等価変動額ヘッジ比率＝利回り0.01%の変化に対する現物価格変化の割合と先物価格変化の割合の比率×先物利回り変化に対する現物利回り変化の割合（感応度係数）」を意味している<sup>37)</sup>。

#### IV 結び

債券先物契約を用いたヘッジ戦略の在り方は優れて実際的なテーマであると同時に、理論的にも興味の湧く課題である。特に、ヘッジ比率をどのような方法で決定するかということは、ヘッジの有効性と深く関わっており極めて重要なポイントである。

現実にヘッジを実施するに際しては、本稿では取り上げなかったが、取引費用の負担、証拠金の資金調整、先物契約の会計的な取り扱い方、など他にも考慮すべき問題がある。また、ヘッジ期間中に思いもかけなかった金融情勢の変化によって、ヘッジ戦略を変更する必要性に迫られることもあるから、その期間中絶えず現物および先物市場をモニターするなどのベース管理が要求される。その意味で、ヘッジは真に動態的な過程であるから、理論的にも動学的な分析へと進んでいくことが妥当かも知れない。

また、ヘッジ比率を現実に適用する際に注意しなければならないことは、先物契約の最小取引単位の関係で最適なヘッジ比率を実行することが困難なケースも存在するということである。

債券先物取引自体がまだ成長している段階である。国際的な拡がりと時間的な切れ目のない24時間取引への移行過程において、ヘッジ戦略は愈々重要性を帯びてくることであろう。

37) Fitzgerald [15], p. 75に、等価変動額ヘッジ比率決定の具体例が載っている。

参 考 文 献

- [1] 荒井 勇・原 信(編)『先物取引』第2版, 有斐閣 1986.
- [2] 小野二郎「債券先物取引に関する一考察」証券研究69, 1983年5月, 1-45.
- [3] ———「債券先物におけるリスクと収益」国民経済雑誌149(2), 1984年4月, 32-42.
- [4] 加藤国雄・浅岡泰史・福井正樹「始動する債券先物取引」財界観測50(9), 1985年9月, 2-35.
- [5] 角田「米国の金利先物取引について」投資月報32(8), 昭和56年8月, 4-17.
- [6] 小山 良「金融先物市場創設の視点」一橋論叢92(3), 昭和59年9月, 326-342.
- [7] 杉本和夫『金融先物の手法と戦略』日本経済新聞社 昭和60年.
- [8] 関 要(編)『債券先物取引と財務戦略』金融財政事情研究会 昭和60年.
- [9] 田村勝省「金利先物取引」東京銀行月報35(10), 1983年10月, 4-42.
- [10] 土橋敏光『流動性選好と資産選択行動』修士論文(神戸商科大学), 1975.
- [11] ———「債券先物取引の仕組みと利用法」『経済学の諸問題』大阪経済法科大学出版部 1987, 421-450.
- [12] 中野 誠「債券先物市場については(上)(下)」公社債月報(348), 昭和60年8月, 12-18; (349), 昭和60年9月, 16-23.
- [13] T. T., S. T. 「債券先物取引について」証券月報(438), 1985年2月, 4-57.
- [14] Ederington, L. H., "The Hedging Performance of the New Futures Markets," *Journal of Finance* 34(1), Mar. 1979, 157-170.
- [15] Fitzgerald, M. D., *Financial Futures* (London; Euromoney Publications) 1983.
- [16] Franckle, C. T., "The Hedging Performance of the New Futures Markets: Comment," *Journal of Finance* 35(5), Dec. 1980, 1273-1279.
- [17] Johnson, L. L., "The Theory of Hedging and Speculation in Commodity Futures," *Review of Economic Studies* 27(2), Jun. 1959, 139-151.
- [18] Kolb, R. W. and R. Chiang, "Improving Hedging Performance using Interest Rates Futures," *Financial Management*, 10(3), Autumn 1981, 72-79.
- [19] Markowitz, H. M., *Portfolio Selection* (New Haven, Conn; Yale University Press) 1959.
- [20] Powers, M. J. and D. J. Vogel, *Inside the Financial Futures Markets* (New York; John Wiley & Sons) 1981.
- [21] Powers, M. J. and R. P. Weissman, "Designing the Hedge Strategy," Ch. 10 of [24], 157-165.
- [22] Rebell, A. L. and G. Gordon, *Financial Futures and Investment Strategy* (Homewood, Ill.; Dow-Jones Irwin) 1984.

- [23] Rothstein, N.H., "Managing the Hedge Program," Ch.11 of[24], 167-184.
- [24] ———, *The Handbook of Financial Futures* (New York; McGraw-Hill) 1984.
- [25] Rutledge, D.J.S., "Hedgers' Demand for Futures Contracts: A Theoretical Framework with Applications to the United States Soybean Complex," *Food Research Institute Studies* 11 ( ), 1972, 237-256.
- [26] Stein, J.L., "Simultaneous Determination of Spot and Futures Prices," *American Economic Review* 51(5), Dec. 1961, 1012-1025.
- [27] Tobin, J., "The Theory of Portfolio Selection," in F.H. Hahn and F.R.P. Brechling (eds.), *The Theory of Interest Rates* (London; Macmillan) 1966, 3-51.
- [28] Working, H., "Futures Trading and Hedging," *American Economic Review* 43(3), Jun. 1953, 314-343.
- [29] ———, "New Concepts concerning Futures Markets and Prices," *American Economic Review* 52(3), Jun. 1962, 431-459.