資料 玉名程三の東京大学仏語物理学科時代の受講ノート
― ベルソン講述 物理学初歩 ― (II)

永平幸雄、高橋哲郎、川合葉子

前号に引き続いて、玉名程三のノート「ベルソン講述―物理学初歩」の一部を掲載する。「物理学初歩」は総ページ数128ページで、内容別では、「力」と「重力」が57ページ、「静水学」が32ページ、「空気学」が39ページとなっている。そのうち本論集72号と73号で復刻[1] したのは「力」と「重力」の57ページである。前号で前半部を掲載したので、本号では後半の半分を掲載する。なお、前号同様、スペルの間違い、文法上の間違い等があっても原文通りに掲載した。

ここで取り上げた「物理学初歩」は、東京大学仏語物理学科（日本で初めて設置された物理学科で、お雇いフランス人教師によって教育された。）において一年生で教えられていた。それを示す資料が東京大学大学史資料室に存在している。同資料室に保管されている明治９年の『文部省往復』[2] 中の物理教育カリキュラムによれば、第一学年では、物理学として「初歩物理」（フ井ジウク、エレマンテールとルビがうたれている）、数学として「代数学」（ルビ：アルゼーブル、コンプレマンテール）、「平面代数幾何」（ルビ：ジョーメトリー、アナリチック、プラム）、「立体代数幾何」（ルビ：ジョーメトリー、アナリチック、ズ、レスファース）等が挙げられている。玉名ノート「物理学初歩」の冒頭の仏文タイトルと、『文部省往復』中の物理教育カリキュラムに記された「フ井ジウク、エレマンテール」が一致することから、一年時に教えられたものであることがわかる。

[1] 筆記体の文字を活字にする困難な作業をして頂いたのは、岡本佳子さん（作業当時は京都大学大学院・理学研究科・物理学教室所属）である。前号同様、この場をかりて感謝の意を表したい。

[2] 『文部省往復』（明治９年）（A14）東京大学大学史資料室蔵

De l'intensité de la Pesanteur.- Il y a deux problèmes à reposer, l'intensité de la pesanteur pour un même corps est-elle constante? Au premier lieu, si elle est constante, quelle est-elle? On résout ces deux par l'étude du mouvement par les corps sous l'action de la pesanteur (*lois de la chute des corps*) et d'abord une vérité à énoncer est la suivante :

Tous les corps tombent avec la meme vitesse dans le vide. On peut montrer incomplètement par le tube de Galilée. C'est un gros tube en verre fermé à l'une de ces extrémités par une garniture métallique, portant à l'autre extrémité une autre garniture métallique munie d'un robinet qui permet de mettre l'intérieur de l'appareil en communication avec le corps de pompe d'une machine pneumatique. En poussant le vide aussi loin que possible, on constate que les corps, qui dans l'air tombent dans l'air raréfié avec une vitesse presque la même. La démonstration de cette vérité n'est pas complète, parce que la machine pneumatique ne peut pas donner un vide parfait, mais elle est vérifiée par toutes ses conséquences.

Il y a deux causes principales pour lesquelles les corps ne tombent pas dans l'air comme ils tomberaient dans le vide : La première consiste en ce qu'ils subissent de la part de l'air une poussée de bas en haut et égale au poids de l'air déplacé. La seconde consiste dans la résistance de l'air au mouvement.

On obvie à peu prés à ces inconvénients de la maniéré suivante : aux premières, on obvie en ne considérant que les corps très lourds de sorte que le poids de l'air déplacé soit négligeable par rapport au poids de ces corps. On obvie aux secondes de deux facons : ou bien on emploie des corps pointus : la pointe en tombant sépare l'air beaucoup facilement que l'est du plan : ou bien consiste à ralentir le mouvement ; parce que la résistance de l'air s'accroît avec la vitesse. Quoi qu'il en sait, ces procédés ne permettent pas d'arriver à effectuer complètement ces inconvénients. Aussi les résultats auxquels on arrive sont toujours imparfaits.

Machine d'Atwood.- La première méthode employée pour étudier la chute

des corps consiste dans l'emploi de la machine d'Atwood. Dans cette machine, on ralentie le mouvement pour obvier à la résistance de l'air. Au lieu d'étudier les lois de la chute de ce petit corps tombant sous l'influence de son propre poids, on applique le poids de ce corps à une masse beaucoup plus considérable, la même force appliquée à une masse beaucoup plus grande produira nécessairement un mouvement beaucoup plus lent. Et si cette force est constante, le mouvement produit devra être uniformément accéléré. Si donc nous constatons que le mouvement produit est uniformément accéléré, nous en concluons inversement que la force qui la produit est une force constante, et si nous mesurons la longueur dont s'accroît la vitesse pendant l'unité de temps, nous aurons déterminé l'accélération de ce mouvement, nous pourrons en déduire l'accélération du mouvement qu'aurait pris ce petit corps, s'il était tombé librement. En effet, nous savons qu'une force est toujours égale au produit de la masse à laquelle qu'elle est appliquée par l'accélération qu'elle lui imprime. Dans la machine d'Atwood, la force qui produit le mouvement, c'est le poids de ce petit corps. Si j'appelle m la masse et g l'accélération qu'il prendrait s'il tombait seul ; on aura $p = mg$.

Mais si je le force à entraîner à entraîner dans son mouvement 2 autres masses M, la masse à laquelle il sera appliquée sera $2M+m$. Si j'appelle g'l'accélération dans son mouvement, on aura $p = (2M+m)g'$, on aura $mg = (2M+m)g'$, d' où $g = \left(\frac{2M+m}{m}\right) g'$. Si donc nous mesurons g', et que nous connaissons les masses employées nous constaterons g, l'accélération des corps tombant en chute libre.

La machine d'Atwood se compose d'une grande poulie, sur la gorge de laquelle passe un fil, aux extrémités duquel sont suspendus deux masses égales. L'on peut superposer à l'une à l'une de ces masses un petit corps qui a la forme suivante et qui permettrait de s'introduire dans le fil ; ce qu'on appelle le poids additionnel.

La poulie est supportée par un montant en bois qui porte d'un côté vis à vis du

poids qui tombe le long d'une régle divisée. Le long de laquelle peuvent se mouvoir deux curseurs, l'un plein et l'autre annulaire. De l'autre côté, se trouve une pendule, qui dans les bonnes machines est pourvu d'un mouvement d'horlogerie, et qui est muni d'un timbre annoçant chaque oscillation. C'est un fait d'expérience que deux masses égales suspendues aux extrémités d'un fil passant sur une poulie reste en équilibre quelle que soit la position occupée.

Pour faire l'experience, on amène une des masses à occuper une position fixe au haut de l'appareil ; on la charge alors d'une masse additionnelle qui produit immédiatement le mouvement, et on mesure l'espace parcouru pendant une oscillation du pendule, en planant par tâtonnement le curseur plein de façon que la masse chargée du poids additionnel vienne le choquer juste au moment que le pendule sonne la fin de la première seconde. On fera de même une expérience en laissant tomber le corps pendant 2 oscillations, puis pendant 3 oscillations du pendule, et l'on constatera que l'espace parcouru pendant 2 unités de temps est 4 fois plus grand que celui qui est parcouru pendant la première unité de temps : que l'espace parcouru pendant les 3 unités de temps est g fois plus grand. Il en résulte le mouvement est uniformément accéléré. Donc la pesanteur est une force constante.

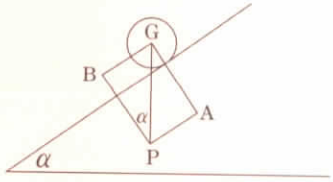
On peut vérifier au moyen de cette machine, cette autre lois du mouvement uniformément accéléré, que les vitesses sont proportionnelles au temps, quand il n'y a pas de vitesses initiales. Pour cela, on s'appuie sur le principe de mécanique suivant : *Si un corps est un mouvement sous l'action d'une certaine force, et qu'on vient supprimer cette force, le mouvement devient alors immédiatement uniforme, et a une vitesse égale à la vitesse du mouvement varié au moment où l'on a supprimé la force.*

Nous plaçons le curseur annulaire au point où arrive le corps tombant au bout de la première unité de temps ; en y passant il y laissera le poids additionnel. Il suffira donc de mesurer la vitesse de ce mouvement uniforme, c'est à dire l'espace parcourue le corps pendant l'unité de temps suivante. On

fera de même au bout de 2 unités, et autant de 3 unités de temps et l'on constantera qu'au bout de 2 unités de temps la vitesse est double de ce qu'il a été au bout de la première unité de temps, et qu'au bout de 3 unités de temps elle sera triple, que par suite, les vitesses sont proportionnelles au temps. Donc les mouvements sont uniformément accélérés.

Malgré toutes ces inconvénients de ce méthode d'expériences on vérifie les lois de la chute de corps. Cela semblera d'autant plus étonnant si l'on pense que la poulie exige elle-même une certaine force pour être mise en mouvement. Remarquons cependant que la disposition de la poulie est telle qu'elle est très mobile. Au lieu de le faire reposer par son axe sur des pierres fixes, on la fait reposer sur quatre petites poulies de sorte que son axe ne glisse pas sur des pierres fixes, mais roule sous des poulies. Il y a bien de glissements de ces 4 poulies. Mais remarquons que les petites poulies ne tournent presque pas. Quand la grande poulie fait un tour entier, les petites ne tournent d'un axe égal à la circonférence de l'axe de grand poulie.

La seconde machine dans laquelle on ralentie aussi le mouvement c'est le plan incliné de Galilée. Considérez un corps roulant sur un plan incliné qui fait avec l'horizon un angle α. S'il est libre, il tomberait suivant la verticale parce qu'il est sollicité par une force verticale, que nous désignerons par P et dont nous ignorons la grandeur et la constance. Cette force quelle que soit, peut se décomposer en deux : l'une normale au plan GA, l'autre parallèle au plan GB. Nous savons que le mouvement du corps résultera des mouvements que chacune de ces 2 forces peut lui imprimer. L'effet de la force GA qui est normale au plan est nul ; la force GB sera le produit un mouvement. Or GB est égale à P $\sin\alpha$. Si P est constante GB sera constante. Si donc l'on constate que le mouvement du corps est uniformément accéléré, c'est que la force GB est constante et que par suite

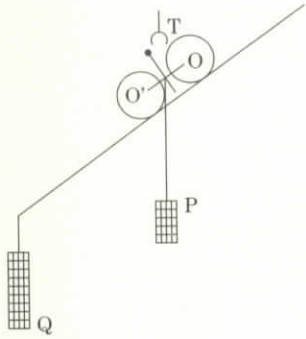


la force P est constante. De plus comme les accélération que prend un même corps sous l'action de deux forces différentes sont proportionnelles à ces forces; en appelant g' l'accélération du mouvement sur le plan incliné et g l'accélération du mouvement du corps tombant en chute libre, on aura :

$$\frac{g'}{g} = \frac{GB}{P} = \frac{P\sin\alpha}{P} \quad \text{ou} \quad g' = g\sin\alpha.$$

Si donc on mesure g' il suffira de le diviser par sin α pour avoir g. Cette méthode permet de ralentir le mouvement autant qu'on voudra ; car on peut prendre l'angle α assez petit.

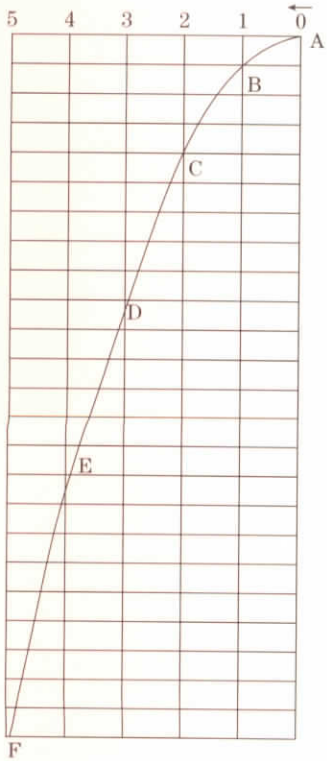
Voici comment on peut faire l'experience. Supposez une grande corde bien tendue, et qu'on fusse rouler sur cette corde un chariot à deux roues, dont les axes sont réunis entre eux par une tige portant un poids P assez grand, afin d'amener le centre de gravité de ce système au-dessous de la corde. Cet appareil porte de plus un petit taquet à sa partie supérieure qui vient buter contre le levier d'un timbre de maniére qu'au moment Q où le chariot passe il faut entendre un son. On dispose ce timbre par tâtonnements comme des curseurs dans la machine d'Atwood de façon à ce que le chariot vienne y produire un son au bout de la première, de la deuxième, de la troisième unité de temps etc... On constate ainsi que les espaces parcourus sont proportionnel les au carrés des temps. Donc le mouvement est uniformément accéléré, donc la force GB et par suite est constante. De plus quand il n'y a pas de force initiale, la formule est : $e = \frac{1}{2} gt^2$. Donc l'espace parcouru pendant la première unité de temps $e_1 = \frac{1}{2} g'$, et $g' = 2e_1$. L'accélération du mouvement est donc égale au double de l'espace parcouru pendant la première seconde. Il suffit de diviser cette quantité par $\sin\alpha$ pour avoir l'accélération des corps tombant en chute libre.



Appareil de Morin.- Dans cet appareil, le corps qui tombe présente la forme

cylindrique terminée à sa partie inférieure par un cône. Supposons que ce corps soit menu d'un crayon et que l'on fasse tomber devant un tableau vertical, contre lequel s'apprîmes le crayon et qui se déplacerait horizontalement et dans son plan d'un mouvement uniforme. Si le tableau est immobile, la ligne dessiné

par le crayon serait une verticale, mais comme il se déplace d'un mouvement uniforme, la ligne aura la forme ci-dessous. Je dis que si l'on connaît la vitesse du mouvement uniforme de tableau, la connaissance de cette courbe suffira pour déterminer la loi de la chute des corps. En effet, si cette génératrice du tableau se trouve vis à vis du crayon au commencement du mouvement, il suffira de porter une longueur égale à la vitesse du tableau, pour savoir que la génératrice se trouvait

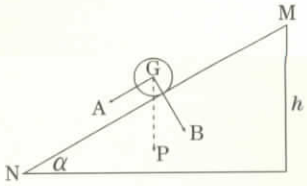


vis à vis du crayon au bout de la première unité de temps; de même la génératrice qui viendra vis à vis du crayon au bout de la deuxieme unité de temps s'obtient en portant une longueur égale à la vitesse du tableau au de la 2e. L'espace parcouru par le crayon pendant la premier unité de temps sera 1B, pendant la 2e unité de temps le corps aura parcouru 2C, pendant 3 unités, 3D et ainsi de suite. En mesurant ces différentes hauteurs, l'on constatera que 2C est 4 fois plus grand que 1B, que 3D est 9 fois plus grand que 1B. Donc que les espaces parcourus sont proportionnelles aux carrés des temps, ce mouvement est donc uniformément accélére. L'acceleration se trouve facilement aussi parce que d'après ce que nous avons vu, elle est le double de l'espace parcouru pendant la

première seconde.

Dans la pratique, on ne se sert pas d'un tableau que l'on déplace de cette façon. L'on se sert d'un cylindre de révolution verticale, mobile autour de son axe que l'on recouvre d'une feuille de papier sur lequel le crayon trace sa courbe. L'appareil est mis en mouvement de la façon suivante. La partie supérieure de l'axe de cylindre présente une vis sans fin sur laquelle engrène une autre vis sans fin. Cette vis fait partie d'un treuil qui est mis en mouvement par un poids. La partie supérieure de l'axe du cylindre se termine par un régulateur ailette dont la résistance sur l'air rend le mouvement uniforme. Au commencement de la chute de poids, le mouvement est d'abord accéléré, mais à mesure que la vitesse augmente, la résistance de l'air augmente aussi, de sorte qu'il arrive un moment où la résistance de l'air est égale au poids, alors le mouvement devient uniforme. On ne fera donc tomber le crayon que pendant les $\frac{2}{3}$ dernières de la chute de ce poids moteur.

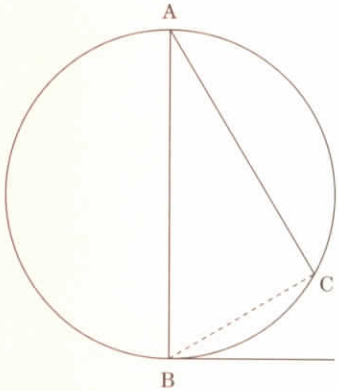
Du mouvement des corps sur un plans incliné.- Considérons un plan incliné faisant avec l'horizon un angle α, nous savons que la force GA seule produit un mouvement, et qu'on a GA=P sin α; et nous savons que si l'on appelle g' l'accélération de ce mouvement en chute libre, on a g'= g sin α. Si nous supposons que le mobile se meuve sur le plan incliné sans vitesse initiale : au bout d'un temps t, la vitesse sera v = g't, et l'espace parcouru sera $e = \frac{1}{2} g't^2$; ou bien $v = gt \sin\alpha$ et $e = \frac{1}{2} gt^2 \sin\alpha$.



Si donc le mobile part d'un point M qui sera situé à une hauteur h au-dessus du plan horizontal, il nous est facile de trouver la vitesse qu'il aura lorsqu'il arrivera en N sur le plan horizontal. En effet l'espace parcouru sera : MN $= \frac{h}{\sin\alpha}$, on aurait donc $\frac{h}{\sin\alpha} = \frac{1}{2} gt^2 \sin\alpha$. Cette équation nous donne le temps employé à le parcourir $t^2 = \frac{2h}{g \sin^2\alpha}$. On aurait donc $V = g \sin\alpha \sqrt{\frac{2h}{g \sin^2\alpha}} = \sqrt{2gh}$. Donc lorsqu'un mobile tombe sur un plan incliné d'une hauteur h, la vitesse qu'il

a acquise au bout de sa course est égale à $\sqrt{2gh}$.

En somme, cette vitesse est indépendante de l'inclinaison du plan et l'on peut énoncer le théorème de la façon suivante : c'est que *lorsqu'un mobile tombe d'une hauteur h sa vitesse est constante au bout de sa course quelque soit le plan incliné sur lequel il se meut. En particulier elle est la même que si le mobile était tombé verticalement.*

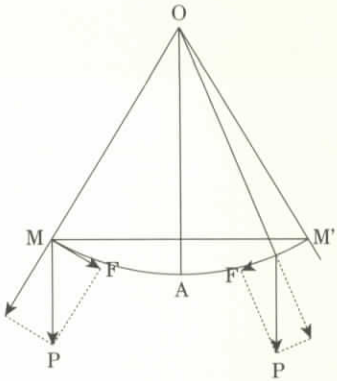


Mais considerons d'autre plan incliné ; supposons qu'un mobile tombe d'un point A qui est le point le plus haut de la circonférence sur le plan incliné dont la ligne de la plus grande pente sera la corde AC. Proposons-nous de trouver le temps au bout duquel le mobile sera arrivé au point C. La formule sera $e = \frac{1}{2} gt^2 \sin\alpha$. Donc le triangle rectangle on a AC = 2R sin ABC = 2R $\sin\alpha$, car ABC = CAD, on a 2R $\sin\alpha = \frac{1}{2} gt^2 \sin\alpha$, d'où $t^2 = \frac{4R}{g}$. Ce temps ne dépend pas de l'inclinaison du plan.

Donc le temps employé par un mobile à tomber le long d'un plan incliné dont le point le plus élevé serait le point le plus élevé d'une circonférence verticale et dont la ligne de plus grande pente serait une corde de cette circonférence, est le même quelque soit l'inclinaison du plan incliné. En particulier il est le même que celui que le mobile emploierait à tomber de A en B.

Pendule.- Nous avons vu que l'équilibre d'un corps suspendu autour d'un axe horizontale ou bien suspendu à un point fixe n'est possible que si le centre de gravité du corps se trouve sur une verticale passant par l'axe fixe ou le point fixe.

On appelle *pendule simple* un point matériel pesant suspendu à un point fixe par un fil inextensible non pesant. Si l'on écarte un pendule simple de sa position d'équilibre, nous avons vu que l'une des composantes de son poids



tend à le ramener dans cette positon. Le mobile écarté de sa position est soumis à une force MF qui tend à ramener en lui imprimant un mouvement accéléré, mais lorsque le pendule arrive au point A, il a une certaine vitesse qui lui fait dépasser cette positon ; alors la composante MF se dirige en sens contraire, et tend à diminuer continuellement la vitesse acquise, de sorte que le mobile ne peut dépasser une certaine position M' symétrique de la position M par rapport à la vertical. En recommençant le même raisonnement, on voit que le mobile viendra en M et ainsi de suite indéfiniment.

On appelle oscillation le mouvement du pendule de M en M' et de M' en M. On appelle amplitude de l'oscillation l'angle MOM' qui est le double de l'angle d'écart. Lorsque l'amplitude des oscillations est quelconque la formule qui donne leur durée est trés-compliquée (série convergente), mais si les oscillations sont suffisamment petites pour qu'on puisse confondre l'axe MA avec sa corde, dans ce cas la formule devient très-simple, et on a $t = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, t représentant la seconde, l mesuré en mètre et g étant l'accélération de la pesanteur quand on prend le mètre et les secondes pour unité de longueur et de temps, et enfin π étant le rapport de la circonférence au diamètre.

Dans la pratique, le pendule simple est irréalisable, on ne peut se servir que de pendule composé, c'est à dire de pendule formé par les corps oscillant autour d'axes horizontaux. On démontre qu'un pendule composé quelconque oscille comme un pendule simple et l'on peut déterminer la longueur de ce pendule simple qui aurait la durée d'oscillation égale à celle du pendule composé. Ce pendule simple est appelé *pendule synchrome* de pendule composé.

Quelquefois au lieu de chercher la longueur du pendule simple qui oscillait

comme un pendule composé donné on donne à ce pendule composé la forme la plus voisine possible de celle du pendule simple, c.-à.-d., qu'on forme ce pendule d'une petite sphère en métal très pesant (platine) porté à l'extrémité d'un long fil très léger. Alors en prenant pour longueur la direction du centre de la sphère au point de suspension : on commet une erreur absolument négligeable, et l'on peut appliquer à ce pendule la formule $t = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ en tenant compte, comme nous verrons, de la résistance de l'air. On peut vérifier expérimentalement des conséquences de cette formule $t = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$:

1º La durée de l'oscillation est indépendante de la nature et du poids du pendule ; car cette formule ne contient rien de relative au poids.

2º Soit le pendule de longueur l, la durée de l'oscillation sera donné par la formule $t = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Prenons un autre pendule de longueur l', la durée de l'oscillation sera donnée aussi par $t' = 2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}}$. Divisant membre à membre, les deux égalités, on a $\frac{t}{t'} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, de sorte que si je suppose $l' = 4l$, j' aurai $\frac{\sqrt{l}}{\sqrt{l'}} = \frac{1}{2} = \frac{t}{t'}$, d'où l'on tire $t' = 2t$.

Enfin, une conséquence dernière, c'est que si avec un même pendule on fait l'expérience en divers lieux de la terre on devrait avoir pour la durée de l'oscillation : $t = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$; $t' = 2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}}$ d'où $\frac{t}{t'} = \sqrt{\frac{g'}{g}}$.

La durée de l'oscillation doit être en raison inverse de la racine carrée de l'oscillation. En réalité quand on fait l'expérience, ce n'est pas pour vérifier les formules, c'est pour déterminer g. C'est par ce moyen que l'on compare les différentes valeurs de g aux différentes lieux de la terre. En effet, connaissant l et t, on détermine la valeur de g, qui, à daris et ait trouvée g = 9.8088.

Ce nombre g est variable avec la latitude, pour deux raisons principales.

La première, c'est que la terre tourne autour de son axe, dans le même temps, tous les points de sa surface, décrivent des circonférences différentes. L'espace parcouru par un point de l'équateur est donc plus considérable que l'espace parcouru par un autre point quelconque. Or nous savons par l'expérience que lorsqu'un corps tourne autour d'un axe fixe, il se développe une force qui tend à

éloigner ce corps de cet axe, mais cette force est d'autant plus grande que la vitesse est plus considérable : par conséquent, la force qui tend à éloigner un point de la ligne des pôles en équateur est plus considérable que la force qui tend à éloigner un autre point de cette même ligne des pôles. Les forces sont contraires à la pesanteur ; il en résulte qu'un même corps ne sera pas sollicité de la même façon aux différents points du méridien par cette résultante de la pesanteur et de la force centrifuge. Donc la valeur de g varie à cause de la rotation de la terre.

En second lieu, elle varie avec l'altitude à cause de l'aplatissement de la terre suivant la ligne des pôles, de sorte que la distance des différents points de la surface du globe au centre de la terre est variable avec la latitude. Il en résulte que l'attraction de la terre pour un même corps n'est pas la même en tous les points de la terre.

La terre varie avec l'atitude, c'est a dire avec la hauteur du lieu où l'on opère au-dessus du niveau que la mer aurait en cet endroit, toujours parce que la distance au contre de la terre est variable avec cette hauteur. Or, on démontre que tout se passe comme si les corps étaient attirés par le centre de la terre en raison inverse du carré des distances.

La formule $t = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ nous permet de déterminer la longueur que devait avoir un pendule pour battre la seconde, c'est à dire pour que la durée d'une demie-oscillation soit égale à une seconde. On aura $2 = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ou $1 = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$: d'où $l = \frac{g}{\pi^2}$.

De la balance.- Lorsqu'on veut comparer les poids de différents corps à la surface de la terre dans des lieux différents ou dans le même lieu, on peut se servir de dynamomètre. Deux corps qui, au même lieu, produisent la même pression ont des poids égaux, mais ils produisent la même pression dans des lieux différents, ils ne sont pas égaux nécessairement ; parce que nous savons que le poids d'un même corps est variable avec la latitude et avec l'altitude du lieu. En effet le poids d'un corps est toujours égal au produit de sa masse par

l'accélération g de la pesanteur et on a P = Mg. Comme g est variable, il en résulte que P est variable. Mais les dynamomètres sont des appareils toujours assez difficiles à manier et qui, de plus, ne sont pas très-sensibles. On les remplace généralement par les balances.

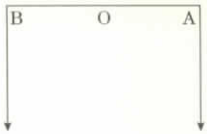
La balance sert à déterminer ce qu'on appelle le poids relatif des corps, c.à.d. le nombre qu'exprime le rapport du poids d'un corps à un poids fixe prise pour unité. Cette unité généralement adoptée est le *gramme*. C'est le poids d'un centimètre cube d'eau distillée pesée à la température 4 centigrade et dans le vide. On a choisi cette température ; parce que c'est à 4 qu'une masse d'eau occupe le plus petit volume possible, on dit qu'elle est à son maximum de dénoté. On la pèse dans le vide, parce que, comme nous verrons plus tard, l'air fait subir une poussée au corps que l'on pèse dans l'atmosphère. On prend de l'eau distillée parce que l'eau ordinaire n'est pas chimiquement pure : elle contient un grand nombre de substances en dissolution, du chlorures des sulfates , des matières organiques, des gaz. Le poids d'un corps est donc un certain nombre de gramme ou ses sous-multiples.

Remarquons que si le poids absolu des corps est variable aux différents lieux de la terre, le poids relatif est constant. Parce que le gramme auquel on compare le poids des différents corps subie les mêmes influences que les poids des corps quelconques.

Le poids absolu des corps étant égal au produit de sa masse par l'accélération, on aura P = Mg ; π étant le poids absolu d'un centimètre cube d'eau, on aura π = M'g, d'où $\frac{P}{\pi} = \frac{M}{M'}$. Or $\frac{P}{\pi}$ c'est le poids relatif du corps considéré, nous voyons donc qu'il est indépendant de la variation de g.

La balance se compose essentiellement d'un fléau métallique horizontal, suspendu autour d'un axe horizontal passant par son milieu ; les deux bras du fléau sont égales et identique. Aux extrémités sont suspendus deux plateaux, dans l'un desquels on recevait la corps dont on cherche le poids relatif et dont l'autre est destiné à recevoir les unités de poids marqués.

Voici comment on fait une pesée ordinaire : si les plateaux sont égaux, le fléau AB restera horizontal lorsque les plateaux ne sont pas chargés. Si l'on



charge les plateaux de poids égaux, la résultante de ces deux poids passera encore par le point O : donc le fléau restera en équilibre dans l'horizontalité. Il suffira donc de lire la somme des poids marqués qui sont dans l'un des plateaux pour avoir le poids des corps placés dans l'autre.

Mais ceci exige, pour qu'on ait une pesée exacte, qu'il faut remplir des conditions nécessaire de justesse et de sensibilité dans la balance.

On dit qu'une balance est juste, lorsque le fléau reste bien horizontal les plateaux contenant des poids égaux. On dit qu'elle est sensible, si en ajoutant un poids assez petit que l'on veut de l'un des côtés de la balance, le fléau s'incline notablement, et elle est d'autant plus sensible que pour une même petite différence entre les deux corps qui sont dans les plateaux, l'inclinaison est plus considérable.

L'on juge de l'inclinaison du fléau par l'inclinaison d'une aiguille verticale : et vis à vis de cette aiguille verticale s' en trouve une autre petite, absolument faite par rapport à la balance.

Quelles sont les conditions géométriques de la justesse de la balance? Il en a deux :

1º Le centre de gravité de la partie mobile de la balance, c'est à dire, du fléau et des plateaux, doit être sur une perpendiculaire à la ligne du fléau passant par le point de suspension. S'il en est ainsi lorsque le fléau sera horizontal, l'équilibre aura lieu.

2º Il faut que la longueur des deux bras du fléau OA et OB soient les mêmes.

En effet, si OA n'est pas égal à OB, la résultante de deux forces égales appliquées aux points A et B, serait appliquée au milieu de AB : il n'y aura pas équilibre quand des bras sont inégaux.

La première de ces conditions est nécessaire pour que la balance vide soit horizontale, et la seconde pour que l'équilibre se produise encore dans l'horizontal quand la balance est chargée.

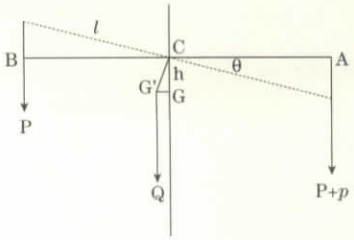
Voyons comment on les realise dans la pratique. On construit le fléau et le plateau d'une façon absolument symétrique par rapport au plan vertical passant par l'axe de suspension.

Constatation expérimentale de la justesse de la balance.- On commence 1º par constater que quand la balance est vide, le fléau restera horizontal. Cela nous prouvera que la première condition de la justesse est remplie : car si le centre de gravité de la partie mobile était en dehors du plan vertical passant par l'axe de suspension, le fléau ne restera pas horizontal. On peut corriger une balance qui ne satisfait plus à cette condition en ajoutant une petite tare qui rend horizontal le fléau. En second lieu pour constater que les deux bras du fléau sont de égale longueur, l'on permutera le plateau l'un dans l'autre.

On a dit précédemment qu'une balance est sensible lorsque pour une très petite différence de charge entre les deux plateaux, le fléau s'incline notablement. Nous allons nous servir des théorèmes des moments des forces parallèles qui consistent en ce que la somme des moments d'un certain nombre de forces parallèles est égale au moment de leur résultante.

Lorsqu'une balance est soumise à un certain nombre de forces et qu'elle est arrivée à sa position d'équilibre, c'est que la résultante de toutes forces passe par l'axe de suspension. Si donc l'on choisit le plan vertical passant par l'axe de suspension comme plan par rapport on prend un moment, nous voyons que lorsque l'equilibre aura lieu, le moment de la résultante sera seul, c'est à dire que la somme des moments de toutes les forces qui sollicitent la balance sera nulle.

Considérons alors une balance AB, et supposons que l'axe de suspension C soit dans le même plan horizontal que les points A et B, et soit g le centre de



gravité de la partie mobile, qui se trouve nécessairement au-dessous du point C ; sans quoi il n'y aurait pas l' équilibre stable. Supposons qu'on met des poids un peu différents : que dans l'un on met un poids P et dans l'autre un poids P+p. Alors le fléau s'inclinera en faisant un angle θ avec l'horizontal, et la balance sera d'autant sensible que pour le même poids p l'angle θ sera plus grands.

J'appelle Q le poids du fléau et du plateau que est appliqué au point G, et je vais écrire le théorème des moments par rapport au plan vertical passant par le point C, on a alors :

$$Pl\cos\theta + Q\sin\theta - (P+p)l\cos\theta = 0$$

ou bien

$$Qh\sin\theta = pl\cos\theta$$

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{pl}{Qh}.$$

Nous voyons donc 1° que l'angle θ sera d'autant plus grand que l sera plus grand ; la tangente d'un angle d'inclinaison est proportionnelle à la longueur du fléau. Une balance sensible aura donc un long fléau. 2° L'angle θ sera d'autant plus grand Q sera plus petit ; donc la tangente d'un angle d'inclinaison étant en raison inverse des poids du fléau et des plateaux, une balance sensible devra avoir un fléau et des plateaux très légers. 3° La tangente d'un angle d'inclinaison étant en raison inverse de h, le centre de gravité de la partie mobile de la balance devra être très rapproché de l'axe de suspension ; mais il faut éviter qu'il se confonde avec cet axe, parce qu'alors le fléau serait en équilibre dans une position quelconque quand les deux plateaux seraient également chargés.

Si les trois points A,B,C ne sont pas en ligne droite la formule est un peu plus compliquée : mais elle conduit aux mêmes conclusions sans que toutefois tangente θ reste inversement proportionnelle à l et à Q.

Cette formule que nous venons de trouver nous montre que dans le cas où

nous nous sommes placés la sensibilité est indépendante de la charge des plateaux. Mais lorsque les trois points A,B,C ne sont pas en ligne droite, il n'en est plus de même ; et l'on constate que la sensibilité diminue quand la charge augmente.

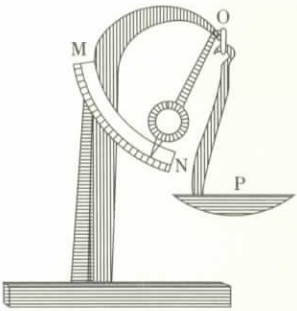
Balance de precision.- Dans la balance dont se servent les physiciens, on a cherché à réaliser toutes les conditions de justesse et de sensibilité que nous avons annoncées. On renferme dans un cage en verre pour la mettre à l'abri de perturbation de l'air. La longueur de fléau est assez considérable : le fléau et les plateaux sont très légers. Le fléau a la forme d'un losange pour qu'il présente plus de résistance à la pression ; mais on a eu soin d'éviter le losange pour ne plus en augmenter le poids. Les plateaux sont excessivement légers. Le fléau est surmonté d'un vis fixe portant un écran mobile, et qui en se déplaisant verticalement permet de ployer le centre de gravité de la partie mobile où l'on voudra. L'axe de suspension de l'appareil est un couteau, c'est à dire un prisme triangulaire horizontal dont l'arrête la plus aiguë est à la partie inférieure. Ce couteau repose sur un plan en acier poli ou en agate ; pour que le couteau ne se détruise pas, l'appareil est traversé à l'intérieure de son support par une tige verticale portant une fourchette, et qui en se soulevant peut soulever le fléau de sorte que la balance ne se repose pas son le plan. Cette tige se met en mouvement de l'extérieur du cage par un système d'engrenage au moyen d'un bouton. Les plateaux suspendus par de crochets à deux petites pièces métalliques en forme de chvalet et soumis à leurs parties supérieures et inférieures d'un petit parallélépipède de en agate portant une petite rainure pour qu'il n'y est pas de glissement ; cette petite pièce en agate se place à cheval sur un couteau.

Enfin le fléau porte une grande aiguille verticale qui se met par son extrémité devant une petite lame d'ivoire.

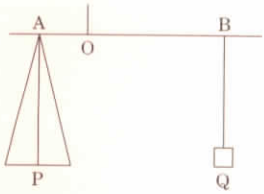
Méthode des doubles pesées.- Quand une balance n'est pas juste, on peut cependant obtenir une pesée exacte au moyen de cette balance par la méthode

des doubles pesées. Cette méthode consiste à placer le corps que l'on veut peser dans l'un des plateaux de la balance ; puis à mettre peu à peu un corps métallique très-divis, comme de la grenaille du plomb dans l'autre plateau jusqu'à ce que l'aiguille occupe une position déterminée sur le disque gradué. On enlève alors le corps et on le remplace par des poids marqués jusqu'à ce que l'équilibre s'obtienne dans la même position que le premier cas. On est sur alors que le corps dont on cherche le poids et les corps marqués par lesquelles on a remplacé le poids ont le même poids.

Pèse-lettres.- Dans les bureaux du poste, on se sert d'une petit balance très commode, et qui consiste de la façon suivante. Un plateau s'attache à une tige recourbée, mobile autour du point O, et portant de l'autre cote du point d'appui un contre-poids tel que, quand le plateau n'est pas chargé, l'aiguille qui porte ce contre poids ait une position déterminée sur un arc gradué. Lorsque la lettre est mise dans le plateau, ce plateau s'abaisse et l'aiguille en tournant, s'élève sur l'arc gradué. On ne cherche ici à amener le fléau dans une position d'équilibre déterminé; on se borne à apprécier le poids par la quantité dont l'aiguille a avancé sur le cadran. Pour connaître le poids, on a placé successivement sur le plateau 1 gramme, 2 grammes et ainsi de suite, en marquant à chaque fois, sur le point du cadran que touche l'aiguille, le nombre de grammes. On procéde donc ici par double pesée puisque le corps à peser et les poids sont censés être mis mouvement dans le plateau qui est le même et produire la même déviation de l'aiguille.



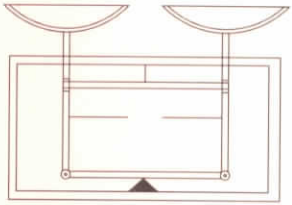
Peson.- Il se compose d'une tige portant à l'une de ses extrémités un plateau, et à l'autre un poids fixe et qui est mobile le long de la tige. Un crochet ou un cordon placé entre le poids et le plateau permet de supporter l'appareil. Voyons qu'on met un corps dans le plateau, il y aura équilibre lorsque la résultante des



deux forces appliquées en A et en B passera par le point O fixe et nous devons avoir : $P \times AO = Q \times BO$, d'où l' on tire $P = Q \times \frac{BO}{AO}$.

L'appareil est construit de telle façon que le poids de plateau plus le poids de la tige AO soit égal au poids du serte de l'appareil à partir du point O, de sorte que l'appareil reste en équilibre lorsque le plateau n'est pas chargé. Il en résulte que P étant le poids du corps placé sur le plateau, Q le poids connu, en mesurant BO et AO, l'on aura le poids de ce corps P.

Balance de Robervale.- La balance de Robervale se compose théoriquement d'un parallélogramme articulé à tous ses sommets, articulé aussi avec une tige verticale passant par le milieu de ses côtés horizontaux. Les deux côtés



verticaux se prolongent à leur partie supérieures pour supporter le plateaux. Si les plateaux sont également chargés, l'équilibre aura lieu dans l'horizontal, s'ils sont inégalement chargés l'equilibre s'établira dans une autre position : mais les milieux restant sur la même verticale, il en résulte que les verticaux restent toujours verticaux. On jugera que l'horizontale existe au moyen de deux aiguilles reliées aux côtés verticaux du losange en leur milieu. Si les deux aiguilles sont sur un même plan horizontal les plateaux sont également chargés.

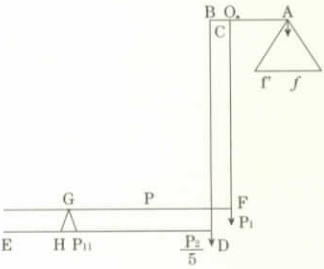
Balance de Quintenz.- La balance de Quintenz se compose d'une tige rigide horizontale assujettie de tourner autour du point O tel que BO soit la mobilité de AO. Au point B se trouve articulée une tige verticale BD articulée aussi au point D avec une tige horizontale DE qui tourne autour du point fixe E. En un point C sur la tige AB et tel que OC soit le $\frac{1}{5}$ de OB, se trouve aussi une articulation qui permet de supporter une tige verticale CF articulée au point F avec une tige horizontale qui repose en un point G sur un couteau appliqué en H

tel que EH soit égal au cinquième de ED.

Supposons qu'on place un corps P sur FG ; je puis décomposé ce poids P en 2 forces : l'une appliquée en F, l'autre appliquée en G et telle que leur somme soit égale à P. La première force appliquée en F (P) peut être considérée comme appliquée en C et elle sera équilibrée par une fixe appliquée en A dix fois plus petite. En effet on a :

$$P_1 \times OC = f \times OA \text{ , mais } OA = 10CO, \text{ d' ou } f = \frac{P'}{10}.$$

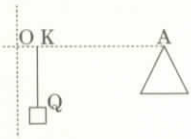
Considerons maintenant la seconde composante P_{11} appliquée en H. La force



P_{11} appliquée en H peut se remplacer par une force 5 fois plus petite qu'elle et appliquée en D, c'est à dire en B. Cette dernière $\frac{P_2}{5}$ appliquée en B sera équilibrée par une force f'appliquée en A, tel qu'on ait: $\frac{P_2}{5} \times OB = f' \times OA$. Or $\frac{P_2}{5} = 2f'$, d'où $f' = \frac{P_2}{10}$. Donc le poids tout entier du corps sera équilibrée par deux forces f et f' dont la somme sera égale à $\frac{P_1+P_{11}}{10} = \frac{P}{10}$. Il en résulte que pour peser un corps avec cette balance, il suffira d'appliquer au point A un poids dix fois plus petit que le poids du corps.

Au point A se trouve un plateau de telle sorte que la tige AB reste horizontale, lorsque la balance est vide, et quand la balance est chargée, il suffit de multiplier par 10 le poids qui est dans le plateau pour avoir le poids du corps cherché.

On a perfectionné cette balance en lui ajoutant la disposition de la balance Romaine. Sur la tige OA peut se mouvoir un poids fixe Q ; alors sans mettre aucun poids dans le plateau A, on peut équilibrer le poids P du corps. Il suffira



en effet que la résultante des trois forces P, appliquée en C, $\frac{P_2}{5}$ appliquée en B et Q en K, passe par le point fixe O, c'est à dire que la somme des moments de ses trois forces par rapport au point vertical passant par le point O soit

nulle. On a en effet :

$$\frac{P_2}{5}\times OB+P_1\times OC-Q\times OK=0$$

Or OB = 5 × OC, d'où il vient : $(P_1+P_2)OC = Q\times OK$ ou $P\times OC = Q\times OK$; donc P est proportionnel à OK. Si donc on place un kilog. sur la balance, il faudrait placer le poids à la position 1 pour qu'il y est l'équilibre : d'après cette formule, il faudra placer le poids Q à une distance double de 1 quand la balance est chargée de 2 kilog. et à une distance triple pour trois kilogramme et ainsi de suite.

Généralement lorsque le poids Q arrive au voisinage de l'extrémité, c'est que le poids pèse 100 kilog. de sorte qu'on peut peser ainsi des corps jusqu'à 100 kilogr. sans mettre aucun poids dans le plateau A. Pour peser des corps dont le poids est compris entre 100 et 200 kilogrammes on place dans le plateau A un poids de 10 kilog., il fera équilibre à 100 kilogrammes, et l'excédent sera équilibrée par le point Q. Si le corps pèse plus de 200, de 300, de 400, etc. kilogrammes on mettra dans le plateau A des poids de 20, de 30, de 40...etc kilogrammes.
