〈研究ノート〉

異分野学生の「少子高齢化と経済成長」への関心と卒業研究指導

―岸田政権の「成長と分配の好循環」研究を事例として―

大　野　有　唯[1]
深　瀬　　　澄

キーワード：少子高齢化と経済成長、卒論指導、経営学科生、文理融合教育
高大連携

1　日本興運㈱に勤務。2021 年度本学経営学科卒業生。

はじめに

筆者らのゼミは、経営学科のマーケティング・コースに所属し、消費者行動と行動経済学をテーマとし、3年次にテキストを学び、4年次に実証系の卒業研究を想定してきた。しかしここ数年、4年次に提出される卒業研究計画書のテーマに、ほぼ毎年、「少子高齢化と経済成長」を選ぶ中国人留学生がいる。中国では既に2022年に人口が減少に転じたが、2023年に入り経済成長力低下の可能性も報じられるようになり、経営学科では今後も中国人留学生の興味・関心が高まっていく可能性が考えられる。

「日本経済における失われた30年問題」について、なぜ諸外国のように賃金が上昇しないのか、どうすれば克服できるのか等々、安易な思いつきでリサーチ・クエスチョンを設定するが、経営学科には経済成長の理論を教える専門科目がないので、技術進歩、資本蓄積、労働投入等の諸要因から構成される問題構造を捉えるフレームワークをもたない。アプローチ方法も分析方法もわからないまま、漠然と「文献を調べる」などと記し、十分に練られていない研究計

画書が大半で、卒論としてこのテーマで取組むには無理がある。

本格的な人口オーナス[2]期に突入した中国社会では、2014年の「一孩政策」廃止後も合計特殊出生率の大幅な向上が見込めず、景気の減速感もへの不安も募る。少子高齢化先進国の日本で学ぶ留学生としての使命感からの研究動機も理解できるけれどもネット検索で一般向けの短く平易な解説を集め、諸説を並べたてるだけでは「資料収集」段階で終わる。卒業論文の体裁を成すには、経済学の教科書的な経済成長理論を踏まえた考察が欲しい。とはいえ、例えば一般的なSolow（1957）やRomer（1986）のモデルの枠組みで、政府統計のデータを使用して、計量経済学の手法を用いた実証研究をすれば、大学４年間に学んだ知識の総括になるだろうが、いわば「同じ数値を同じ公式で」計算するようなもので、どれも似通った結論ばかりになってしまうのではないだろうか。

そこで本研究では、「少子高齢化と経済成長」をテーマとする卒論指導において経営学を学んだバックグラウンドを生かした異分野からの分析視点やアプローチを探索したい。

卒業研究は、教わった専門知識を総括するとともに、アクティブ・ラーニング等で培った「自ら学修する力」を実践する究極の機会でもある。経済成長のマクロ動学理論を授業で教わることは叶わないが、『授人以魚 不如授人以漁』[3]との格言もある。むしろ自分で未来を切り拓く力を身に着けることに大学で学ぶ価値があるかもしれない。

邦人学生についても、これまでは高校時代に理系と文系に分けられ、文系の生徒に対しては高校数学が十分に教えられてこなかった。文系学部で数理モデルを用いた理論研究に取り組むのは数学を得意とする一握りの学生に限られたが、国策として「数理・データサイエンス・AI教育」が推進され、今まさに高校でも文理共通教育が始動した。高校との教育連携を強化すべき好機でもあるが、数学への抵抗感が解消されていけば文系学生の理論研究への興味も自ずと広がるので、大学の経営学教育も対応していく必要があるだろう。

2　子供と高齢者に比べ、労働力人口が少ない状態（David E. Bloom,1990）⇔ 人口ボーナスの反対。

3　老子の「飢えている人がいるときに、魚を与えるか、魚の釣り方を教えるか」の意。

第Ⅰ章　経済成長論の基礎となる一般教養

１節　何から始めればよいか

「少子高齢化と経済成長」をテーマとする学部生の卒業論文において、基礎となる経済学の理論はSolow（1956）による「ソロー成長モデル」であろう。提唱者のロバート・M・ソローは1987年にノーベル経済学賞を受賞しているので学術性も高く、この理論を理解することで、経済成長の加速と減速に影響する要因間の関係、成長の限界などの問題構造のフレームワークを大雑把にモデル化して把握することができる。

学部生向きのマクロ経済学の多くのテキストでは、目次の後半の章で扱われ、あまり多くのページは割かれてはいない。しかし、「ソロー成長モデル」など、マクロ動学理論のモデルでは、資本蓄積過程が微分方程式体系になり、前半の章で学ぶ国民所得に関する理論のみならず、モデルの中心となる生産面からの分析については、ミクロ経済学で扱う生産関数の理論を基礎としている。実践面を重視する経営学部生にとっては、「ソロー成長モデル」の単元を短時間で読み切ることはできても、近代経済学の素養をもたず、数式モデルを用いた経済理論を理解するにはかなりハードルが高いと思われる。安易な思いつきで卒業研究のテーマに選んだゼミ生の多くは途中で挫折してしまい、やむなくテーマを変更しているが、数式の経済学的な意味を理解をせず丸写したのでは論文を完成できない。

相談に来るゼミ生には、大学図書館の蔵書を検索し、「経済成長」のみをわかりやすく解説した入門書[4]を紹介し、夏休み中に基本的な「ソロー成長モデル」を理解しておくよう指導している。経済成長を３要因の成長率和に分解する成長会計の導出に必要な数学は，指数法則と対数微分法だけなので，経営学科生でも計算ルールを理解すれば読み進められるはずである。省略されている行間

4　例えば、チャールズI. ジョーンズ（香西泰訳）『経済成長理論入門』では、ローマ― モデルまでを解説している。巻末の付録で、モデルの導出に必要な数学も解説している。

の計算を確認しながら時間をかけて学ぶ必要がある。

なお、「ソロー成長モデル」は技術進歩の仕組みが説明されていない（内生化されていない）点が課題とされている。この点については、その後、ポール・M・ローマー（2018年にノーベル経済学賞受賞）等による「内生的成長モデル」で改良されていくが、まずはディテールにはこだわらずに全体像を明確に把握した方が、理解しやすいと思われる。

本稿で経営学科生による作品例として紹介する、①大野（2022a）は、途中で挫折した中国人留学生の研究を継続して58頁にも及ぶ長編の卒業論文として完成させた理論研究であり、失われた30年問題と岸田政権が掲げる「成長と分配の好循環」政策についてローマーモデルを用いて論じている。また、②大野（2022b）は、外部の論文コンテストに投稿した日本経済に関する実証研究論文であり、ソローモデルを用いて海外からの移民労働の受け入れによる少子高齢化対策の可能性を論じている。

２節　経済理論の日本語表現の難しさ

卒業論文では、理解した内容や導出した知見を日本語の文章で表現する必要がある。教育現場の肌感覚では、同じ内容を留学生が日本で説明すると、日本人学生の1.5倍くらい長めの文章になる。これは留学生が主語や無くてもわかる語を省略せずに繰り返し用いるためである。日本語を添削し、不必要な語を削除したり、重文の構文の主語や述語を共通化してまとめると、文章が短縮されて読みやすくなることがある。

経営学の学生に経済学分野の卒論を指導してみて、経営学のテーマよりも論文の日本語表記が難しく、留学生にとっては文章表現の負担が重くなることに気づいた。マーケティングや企業研究などの研究テーマでは、日常生活とのかかわりが深く内容が具体的であるため、教科書的な専門用語以外には説明にさほど多くの語彙を必要としない。しかし、経済理論では説明が抽象的になり、日常生活では使用しない数式を用いた理論的な記述も併用するため、経営学よりも日本語表現がはるかに難しくなることを念頭におく必要がある。

特に経済の変化や動きを説明する場合、述語に用いる言葉選び方が難しい。

経営学部生の多くは「上がる」や「下がる」などと表現するが、経済の記述としては、「フロー」と「ストック」を識別した上で、水準、構成比、成長率など、議論する主語に応じて「増加／減少」、「上昇／下落・下降」、「拡大／縮小」等の述語を微妙に使いわける必要がある。

邦人学生も結論の論拠となる統計データの説明が不十分で、年／年度、前期比／前年同期比、数量ベース／金額ベースの区別、何を基準とする変化なのか、自分の頭ではわかっていても説明がないことが多い。また政府統計の理解内容に正確さを欠く場合も頻発する。

さらにconcave（凹上の）とconvex（凸上の）、「逓増」と「逓減」、「収束」と「発散」、「極大／極小」と「最大／最小」等々の概念がない学生が多く、グラフの曲線の形状を学術的に説明する語彙が不足しているために表現が乏しくなりやすい。

卒業研究で知見を得ても正しく文章表現できなければ卒業論文として認められない。本学の経営学部では、留学生の卒論作成に対して日本語の添削を開始したが、特に経済分野のテーマに取組む留学生に対しては、このような支援は必須なのではないかと思われる。

３節　高校での学びの重要性

「少子高齢化と経済成長」をテーマとする卒業研究では、漠然と文献を調べるよりも、まずは研究計画の段階において、先行研究として例えばSolow（1956）における「ソロー成長モデル」などを理解し、これをプラットフォームとする問題構造の全体像を把握した上で、学生の興味・関心に応じて、深堀りしたい領域、領域間の因果構造を絞り込み、分析方法の選択についても検討し、研究計画に落とし込む方がはるかに効率的であろう。

そこで、まずはSolow（1956）の概要を理解するための手掛かりとなる関連知識を中心に難所を処置して、経営学からの「パノラマ・遊歩道」的な到達径路を整備したい。有力な道標となるのは、高校で学ぶ「政治経済」と「数学Ⅱ・数学Ⅲ」の知識である。野球試合で打線を繋ぐように高大の教育連携が進むと、卒業研究の指導が効率化すると思われる。

（1）高校「政経」の道標

専門外の学部生が経済現象を分析する上で、中学校の「公民」や高校の「政治・経済」で習う基本用語の理解が、極めて有力な道標となる。

「三面等価の原則」は、経済の流れを、生産面、支出面、分配面の3方向の視点で分析できることを示唆している。生産面の分析では、産出される国民所得が財やサービスの市場価値ではなく、投入された中間財の総額を控除した付加価値であること、また、国内総生産（GDP）には減価償却費（資本減耗分）が含まれていることに注意する必要がある。「生産の3要素」である｛資本、労働、土地｝はセットで記憶に定着されているだろう。

分配面の分析では、生産活動に貢献した生産要素に対して、その対価として支払われる報酬に着目し、資本、労働、土地に対して、それぞれ、利子・配当、賃金、地代が分配されるが、政府統計の実務上は、経済主体である家計、企業、政府に区分けられ、雇用者所得（賃金等）、個人業主所得、個人財産所得、法人所得、政府事業所得の合計額として計上される、賃金水準の引き上げに密接に関わる側面である。

支出面については、家計による消費、企業による設備投資、政府による公共投資のほか、海外部門による貿易から構成されるが、高校では設備投資と公共投資を合わせた「国内総資本形成」で習うため、理解が曖昧になるのかもしれない。

図表Ⅰ－1　国民所得勘定の概念

<table>
<tr><td colspan="5">総生産額</td></tr>
<tr><td rowspan="5">中間
生産物</td><td colspan="4">国民総生産（GNP）</td></tr>
<tr><td colspan="3">国内総生産（GDP）</td><td rowspan="2">海外から
の純所得</td></tr>
<tr><td rowspan="3">固定資本
減耗</td><td rowspan="2">間接税
－補助金</td><td>国内所得（DI）</td></tr>
<tr><td colspan="2">国民所得（NI）</td></tr>
<tr><td colspan="3">国民純生産（NNI）</td></tr>
</table>

出所：筆者作成

図表Ⅰ－２　三面等価の原則の概念

<table>
<tr><td>生産</td><td colspan="10">国内で生み出された付加価値の合計（GDP）</td><td rowspan="3">海外からの純要素所得</td></tr>
<tr><td rowspan="2">分配</td><td colspan="4">家計に分配</td><td colspan="4">企業に分配</td><td colspan="2">政府に分配</td></tr>
<tr><td colspan="2">雇用者所得
（賃金）</td><td colspan="2">財産所得</td><td colspan="2">営業余剰</td><td colspan="2">固定資本
減耗</td><td colspan="2">間接税
－補助金</td></tr>
<tr><td>支出</td><td colspan="3">民間最終消費
支出C</td><td colspan="3">民間企業
設備投資I</td><td colspan="2">政府支出G</td><td colspan="2">輸出X
－輸入M</td><td></td></tr>
</table>

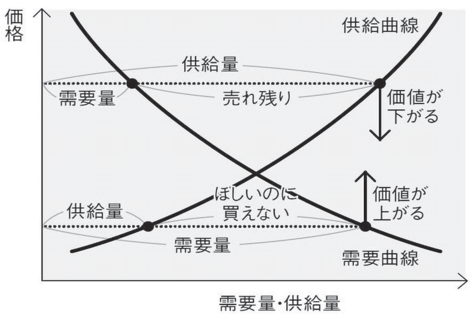
出所：筆者作成

支出面の分析について、イギリスの経済学者ケインズは金銭的な裏付けを伴う「有効需要」に着目し、政府が国民総支出の水準を政策的に調整することで、総供給との均衡点で決定される国民所得や、それに応じた総雇用量をコントロールできると考え「有効需要の原理」を主張した。

生産面の分析ついて、アダム･スミス（1776）は需要よりも供給が少ないものは価格が上昇して生産量が増え、供給が多いものは価格が下落して供給が減り、市場は「神の見えざる手」により均衡すると主張した。

なお、この考え方に立つ古典派や新古典派と呼ばれる学派と、政策介入を有効と考えるケインズの流れを汲む学派との間で見解が分かれるが、Shiozawa（2023）をはじめとする現代におけるポスト・ケインズ派の経済学者たちは、短期的には需要面への政策介入は有効だが、長期的には供給水準に応じて需要が調整されるとしている。

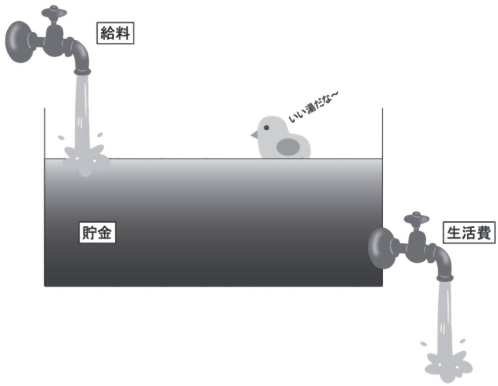
図表Ⅰ－３　市場メカニズム



出所：森本@学び直し：https://note.com/kotobakaisetsu

Solow（1957）において、経済成長の原動力となるのは資本蓄積である。資本蓄積の時間的な変化量は、設備投資によって新たに増えた分と、資本減耗によって除却された分との差に等しいと仮定し、微分方程式体系で示される。「政治経済」において、一定期間を通しての流量として観測されるフロート、一時点における蓄積量として測定されるストックの概念を習うが、両者の関係が理解できていると、資本蓄積方程式の経済学的な解釈が容易になるだろう。会計学分野を学ぶ経営学科生には理解しやすいと思われる。

図表Ⅰ－４　フロートストックの概念と関係



貯金の変化（増減）　＝　給料　－　生活費

出所：トリビア・コンサルティング
https://www.investment-trivia.com/investment/flow-stock/
筆者注１：給料と生活費はフロー、貯金はストック、に相当する。

（２）高校「数学」の計算ルール

近代経済学では、分析に用いるモデルを数式で記述されることが多い。ソロー成長モデルの理解に必要な数学のルールは、①指数法則、と対数法則（数学Ⅱ）、②合成関数の微分（チェーンルール）（数学Ⅲ）、③対数微分法（数学Ⅲ）のみで、いずれも高校で習う範囲であるが、以下に計算のルールを示す。

①指数法則と対数法則

生産関数から、労働生産性や労働分配率を求める際に、下記に示す指数法則と対数法則の計算ルールを用いる。

図表Ⅰ－５　指数法則と対数法則

指数法則

1. $X^a \times X^b = X^{a+b}$
2. $X^a \div X^b = X^{a-b}$
3. $\left(X^a\right)^b = X^{ab}$
4. $X^{-a} = \dfrac{1}{X^a}\left(X \neq 0\right)$
5. $X^{\frac{1}{a}} = \sqrt[a]{X}\left(a \neq 0\right)$
6. $X^0 \equiv 1$

対数法則

1. $\log_a M + \log_a N = \log_a MN$
2. $\log_a M^p = p \log_a M$
3. $\log_a \dfrac{1}{M} = -\log_a M$
4. $\log_a M - \log_a N = \log_a \dfrac{M}{N}$
5. $\log_a 1 = 0$
6. $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a} \quad a, b, c > 0,\ a, c \neq 1$

（常用対数、自然対数に共通）

出所：深瀬（2022)、「ビジネス統計学Ⅰ」
（第１回、第２回「Excel 関数による基本計算」講義資料）
注：指数 a は整数だけでなく、分数や小数の場合も成り立つ。

②ネピア数 e（自然対数の底）の定義

長期的な成長の計算では、ネピア数 e という無理数を使用し、離散系の成長率を連続系に直すと計算がしやすい。

ネピア数の定義式から連続系の成長率を導出

$$\lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{g}{n}\right)^{n}=\lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{g}{n}\right)^{\frac{n}{g}\times g}=\lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{\left(\frac{n}{g}\right)}\right)^{\left(\frac{n}{g}\right)\times g}$$

$u=\dfrac{n}{g}$とおけば，$\mathrm{u}\to\infty(n\to\infty)$

$$=\lim_{u\to+\infty}\left(1+\frac{1}{u}\right)^{ug}=e^{g}$$

③合成関数の微分

生産関数は、資本蓄積と労働投入量の生産要素を説明変数とする２変数関数である。しかし、生産量の変化を分析するには、生産関数を時間で微分する必要がある。説明変数も時間変化する関数であれば、生産関数を直接に時間では微分せずに、まず説明変数で微分してから、説明変数を時間で微分して掛ける、という計算方法を用いる。このような計算方法を合成関数の微分という。

$y=f(u),u=g(x)$ のとき、後の式を前の式に代入すると、$y=f(g(x))$ となる。

これを $y=f(u),u=g(x)$ の合成関数という。

合成関数の微分は以下のようになる。

合成関数の微分公式

$$\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\times\frac{du}{dx}$$ あるいは、

$$\left[f(g(x))\right]'=f'(g(x))\times g'(x)$$

ここで $g(x)=u$ を代入すれば、$f(u)'=f'(u)\times g'(x)$

（高校「数学Ⅲ」

従属変数と説明変数の間に、下図のような因果関係がある場合、最終的な従属変数yを末端の説明変数x_nで微分する方法として、下記のチェーン・ルールを用いる。

合成関数の微分のチェーン・ルール

一般的に、

$$y = f_1(x_1), x_1 = f(x_2), x_2 = f(x_3), \cdots, x_n = f(x_n)$$

の関係がるとき、合成関数の微分について下記の関係がある。

$$\frac{dy}{dx_n} = \frac{dy}{dx_1} \times \frac{dx_1}{dx_2} \times \frac{dx_2}{dx_3} \times \cdots \times \frac{dx_{n-1}}{dx_n}$$

この関係をチェーン・ルールという。

$$\boxed{y} \xleftarrow{f_1} \boxed{x_1} \xleftarrow{f_2} \boxed{x_2} \xleftarrow{f_3} \cdots \xleftarrow{f_{n-1}} \boxed{x_{n-1}} \xleftarrow{f_n} \boxed{x_n}$$

④対数微分法

・時間微分

時間微分とは、微小時間（瞬間）における変数Xの変化を意味し、$\dot{X}$と表記される。

$$\dot{X} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{X_t - X_{t-\Delta t}}{\Delta t} = \frac{dX}{dt} \cdots\cdots (A)$$

・自然対数、$\log_e X = (\ln X)$ の微分は次式となる。

自然対数関数の微分公式

$$\frac{d}{dX} \log_e X = \frac{1}{X} \cdots\cdots (B)$$

（高校「数学Ⅲ」）

・対数微分法

時間変化する変数X(t)の自然対数をとり、公式(A)(B)式を用いて時間で微分すると、瞬間的な「変化率」が求められる。

対数微分法

$$\frac{d}{dt}\log_e X(t) = \underbrace{\frac{d}{dX}\log_e X}_{(B)} \times \underbrace{\frac{dX(t)}{dt}}_{(A)} = \frac{1}{X}\times\dot{X} = \underbrace{\frac{\dot{X}}{X}}_{\text{変化率}}$$

（高校「数学Ⅲ」）

対数微分法を用いて、生産関数を時間微分すると、経済成長の要因を、①技術進歩、②資本蓄積の変化、③労働人口の 3 要因に分解することができる。これを成長会計という。

国民所得を生産面から分析するために、コブ=ダグラス型生産関数を用いる。

$$Y = F[K,L] = AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$$

両辺の対数をとり、対数法則を用いて線形化する

$$\begin{aligned}\ln Y &= \ln F[K,L]\\ &= \ln AK^{\alpha}L^{1-\alpha} = \ln A + \ln K^{\alpha} + \ln L^{1-\alpha}\\ &= \ln A + \alpha \ln K + (1-\alpha)\ln L\end{aligned}$$

両辺を時間 t で微分すると成長会計の式を導くことができる。

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A}}{A} + \alpha\frac{\dot{K}}{K} + (1-\alpha)\frac{\dot{L}}{L}$$

⑤積分

不定積分と定積分

不定積分の計算結果は関数となる。

例　$\int dx = x + C$

定積分の計算結果は数値（スカラー）

となる。

例　$\int_a^b dx = b - a$

（高校「数学Ⅲ」）

⑥単純な微分方程式

時間関数$x(t)$の瞬間的な成長率がｇで一定とする。

$$\frac{\dot{x}}{x} = g$$

$$\underbrace{\frac{\dot{x}}{x} = \frac{d}{dt}\left(\log_{\mathrm{e}} x\right)}_{\text{対数微分法}} = g$$

両辺を時間ｔで積分してから､対数を外すと解が求められる。

$$\log_{\mathrm{e}} x = \int g dt = gt + c$$

$$x(t) = e^{\int g dt} = e^{gt+c} = e^{gt} \times e^{c} = Ce^{gt}$$

ただし、Ｃは積分定数のｃをe^c＝Ｃとおいた定数で、t=0のときの初期値が既知ならば、それを用いる。

上記の微分方程式の解の意味を解釈する。

時間関数$x(t)$の一定期間の成長率をｇ、t=0のときの初期値をC_0とする。

時間関数$x(t)$の時刻ｔにおける値を、公比（1+g）の等比数列で求めると次式となる。

$$x(t) = C_0(1+g)^t$$

期間ｔをｎ分割した瞬間の成長率を考え、成長がｎ回連続してｔ期間継続した場合の極限値を求めると、微分方程式の解と一致することがわかる。

$$x(t) = C_0(1+g)^t$$

$$\Rightarrow C_0\left[\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{g}{n}\right)^{\mathrm{n}t}\right] = C_0\left[\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{g}{n}\right)^{\left(\frac{\mathrm{n}}{\mathrm{g}}\right)gt}\right] = C_0 e^{gt}$$

第Ⅱ章　問題構造を Solow 成長モデルから捉える

ロバートソローは、1961年にジョン・ベイツ・クラーク賞、1987年にノーベル経済学賞を受賞している。大野（2022a）の卒業論文では、ソロー成長モデルの全体像が図解されている。次節以降で、高校の学習を発展させてその基礎となる経済理論を確認しよう。

企業、家計、政府、海外部門から成る経済モデルを想定するとき、三面等価の原則において、支出国民所得は次式で表される。

$$\underbrace{Y}_{\text{支出国民所得}} = \underbrace{C}_{\text{個人消費支出}} + \underbrace{I}_{\text{民間企業設備投資}} + \underbrace{G}_{\text{政府支出}} + \left(\underbrace{X-M}_{\text{輸出}-\text{輸入}}\right) \quad \cdots (1)$$

また、貯蓄の定義式（恒等式）は、次式のとおりである。

$$\underbrace{S}_{\text{貯蓄}} \equiv \underbrace{Y}_{\text{国民所得}} - \underbrace{C}_{\text{個人消費支出}} - \underbrace{T}_{\text{税金}} \quad \cdots (2)$$

貯蓄の定義式（2）に、支出国民所得の（1）式を代入すると、貯蓄投資バランス恒等式が導かれる。

$$\begin{aligned} S &= \underbrace{C+I+G+(X-M)}_{Y\text{（支出国民所得）}} - C - T \\ \underbrace{S-I}_{\text{貯蓄投資バランス}} &= \underbrace{(X-M)}_{\text{貿易収支}} + \underbrace{(G-T)}_{\text{財政収支}} \end{aligned} \quad \cdots (3)$$

(3) 式の上式において、貯蓄 S は民間設備投資 I 、貿易収支 $(X-M)$、財政収支（$G-T$ ）の和に等しいので、財政赤字の状態（$G-T>0$）に陥ると民間設備投資 I を圧迫することになる。

ここで、貿易収支と財政収支が均衡しているか、あるいは海外部門と政府部門を捨象した場合は、$(X-M)$ ＝（$G-T$ ）＝ 0となるので、次式の投資貯蓄バランスの恒等式となる。

$$\underbrace{S}_{\text{貯蓄}} = \underbrace{I}_{\text{民間企業設備投資}} \quad \cdots (4)$$

大野（2022a）p. 20-21

ソロー成長モデルは、経済成長における資本貯蓄のメカニズムを明解に説明したモデルである。労働力一人当たりの産出量（y＝Y/L）に着目し、労働力一人当たりの資本装備率（k＝K/L）との関係y＝f(k)を分析している。

モデルの概要を図解して示すと図３－６のようになる。すなわち、経済成長の決定的要因を、①生産要素（労働と資本）のインプットと、②技術進歩の二つに分け、技術進歩については外生的に扱った。

さらに、国民所得の三面等価の原則を用いて、生産物を支出面から分析し、貯蓄の一部が設備投資に回され、生産関数における資本ストックが増強されることによって、経済が成長していく過程をモデル化した。

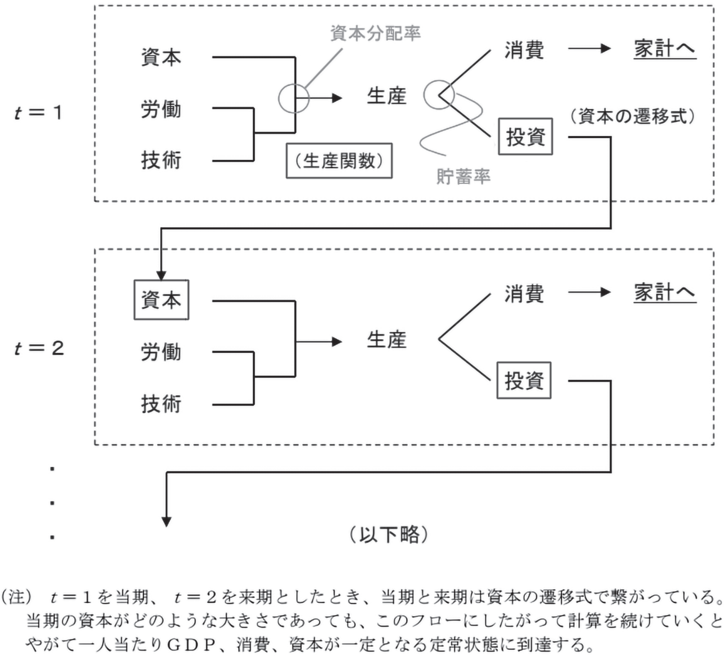


図３-６ ソローモデルの概念図

引用：蓮見 亮(2014)、「投資、資本と経済成長 ～経済成長モデルが示唆する関連性～」、日本経済研究センター、p.27

（２）均衡国民所得

諸説あるが、経済成長が効率的に持続するためには、経済において総需要と総供給とが均衡していることが好ましい。図において、横軸に総供給を意味する生産国民所得、縦軸に総需要を意味する支出国民所得をとり、原点から45度線を引くと、この線上の点は水平方向の総生産を垂直方向に表現したものであり、総需要と総供給が均衡していることを示す。

支出国民所得を表す（1）式において、個人消費支出 C の支出額は、国民所得 Y の一次関数で、消費関数と呼ばれる次式で表される。ただし、C_0 は基礎消費、c は限界消費性向とよばれるパラメータ（ 一定値）である。限界消費性向 c は所得 Y のうち消費に支出する割合（$0<c<1$）を示し、残りの割合を貯蓄性向といい、s（$s=1-c$）で表される。

$$\text{消費関数：} C = C_0 + cY \quad \cdots (5)$$

(1) 式に (5) 式の消費関数を代入すると、総需要は次式となり、切片が $C_0 + I + G + X - M$ で傾きが c の直線を表す。

$$\mathrm{Y} = \underbrace{C_0 + cY}_{\text{個人消費支出}} + I + G + X - M \quad \cdots (6)$$

均衡国民所得Y^* は、総供給を示す45 度線と、総需要を示す (6) 式の交点となり、次式のように定まる。

$$\begin{aligned} (1-c)Y &= C_0 + I + G + X - M \\ Y^* &= \frac{1}{s}\left[C_0 + I + G + X - M\right] \end{aligned} \quad \cdots (7)$$

ただし、供給能力は生産要素の賦存量に制約される。生産要素を使い切り産出される最大限の生産量が完全雇用国民所得 Y_F である。これと均衡国民所得 Y^* の生産量との大小比較で、３つの経済状況が考えられる。

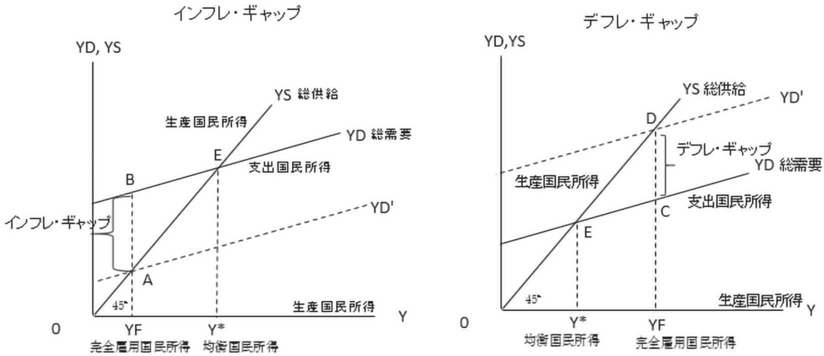
ⅰ．$Y^* = \mathrm{Y}_F$ の場合：完全雇用国民所得が達成されている（有効需要が適切な状態)。

ⅱ．$Y^* > \mathrm{Y}_F$ の場合：インフレ・ギャップが生じている (有効需要が過剰な状態)。

ⅲ．$Y^* < \mathrm{Y}_F$ の場合：デフレ・ギャップが生じている(有効需要が不足した状態)。

ケインズの「有効需要の原理」ではインフレ・ギャップやデフレ・ギャップは市場メカニズムで調整されることはなく政府による財政政策の介入が必要であるとする。労働力が減少すれば、完全雇用国民所得は減少し、インフレ・ギャップが生じやすくなり、労働力が増加すればデフレ・ギャップが生じやすくなる。

図Ⅱ －１　 インフレギャップとデフレ・ギャップ



新古典派のソロー成長モデルでは長期的な失業は存在しない。「完全雇用国民所得」Y_F の下での総需要の残りが民間設備投資となり資本に蓄積されて経済が成長する。限界消費性向 c が上昇すれば、総需要曲線の傾きが大きくなり、短期的には均衡国民所得 Y^* は増加するが、貯蓄率s が低下して貯蓄が減るので、民間設備投資が抑制されて経済成長は鈍化する。

２節　コブ＝ダグラス型生産関数

三面等価の原則において生産面からの分析をする。Solow（1956）では、生産国民所得を規定する生産関数について、資本と労働を生産要素とする一般的な生産関数を用いてモデルのフレームワークを構築し、Example として、①レオンチェフ型、②コブ=ダグラス型、③規模に関して収益一定型（Constant Return to Scale）の生産関数を用いた場合が示されている。

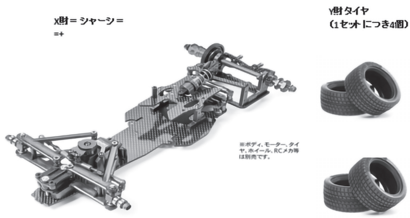
先に大野（2022a）による卒業論文を引用して、②コブ=ダグラス型生産関数を用いたソロー成長モデルの全体像を示す。その後に次章で、①レオンチェフ型生産関数を用いたケインズ学派の Harrod（1939, 1948）やDomar（1948, 1957）[5]のモデルについても示して、前提が異なる両者のモデルから導出される結論を比較する。生産要素の完全非代替性を前提とするハロッド等の成長理論では、成長経路がナイフの刃のように不安定となり「不安定性原理」とも称される。ソローの成長モデルはこの弱点を改良したものだとも推察できる。

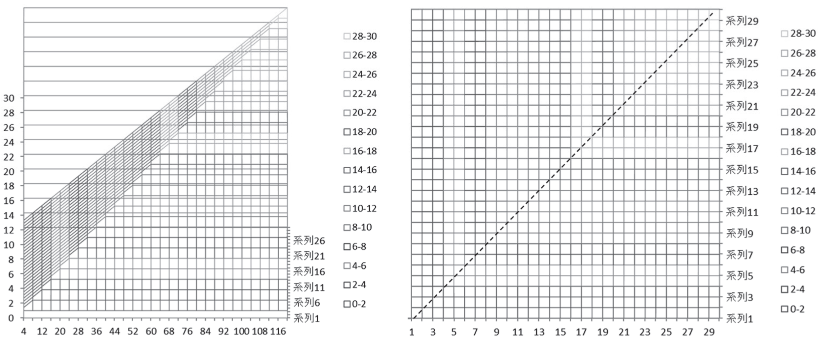
図Ⅱ－２ Excel によるレオンチェフ型関数の３D 形状（下段左）と等量曲線（下段右）

２ 元配置の複写計算③　部品の補完による自動車生産

レオンチェフ型関数　　Y＝MIN

	シャーシX							
タイヤ	1	2	3	4	5	6	7	8
4	1	1	1	1	1	1	1	1
8	1	2	2	2	2	2	2	2
12	1	2	3	3	3	3	3	3
16	1	2	3	4	4	4	4	4
20	1	2	3	4	5	5	5	5
24	1	2	3	4	5	6	6	6
28	1	2	3	4	5	6	7	7
32	1	2	3	4	5	6	7	8





出所：深瀬（2022）「ビジネス統計学 I PC 実習教材（第３ 回セル参照と複写の計算）」

シャーシ：タイヤ＝ １ ： ４ の比で自動車が １ 台生産され、どちらか一方のみが増えても増産はできない。

タイヤ＝自然成長率（余りが失業)、シャーシ＝保証成長率、自動車生産＝現実の成長率

５　片仮名表記でドーマーとローマー による経済成長理論がある。発音や表記の違いではなく、ケインズ派のドーマーと新古典派のローマー― は全くの別人である。

複雑な現実を単純化して分析するためにモデルを用いるが、何に着目してどの一部分を切り取るかによって、多様なモデル表現ができる。学術的な見解の相違による論争の発端はモデルの仮定にあって、分析方法は正しくても異なる結論が導出されるケースが多い。

大野（2021a）では、生産要素の代替が可能なコブ＝ダグラス型生産関数を用いて新古典派のソロー成長モデルを説明しているが(第３章１節)、モデルに設定されている多くの仮定にも詳細に言及している。字面のとおり数値が変化する「変数」と、値が一定の「パラメータ」を区別し、それぞれ何を示すのかを明確にすることも重要である。

以下、大野（2021a），pp.11-13 より引用。

ゴブ・ダクラス型生産関数の特徴と仮定

近代経済学の理論では、経済成長を評価する上で、経済成長の速度そのものだけでなく、技術進歩と資本貯蓄が経済成長に対して、どれほど貢献しているのかを吟味することが重要である。生産要素として、資本、労働、土地が考えられるが、これらのうち、マクロ経済モデルにおける生産関数では、土地については捨象される。投入要素として労働力（L）と資本（K）が想定され、一国の GDP、すなわち経済全体の産出量（Y）の生産関数 F は次式のように表現される。

$$Y=F\ (K、L)$$

本研究では下記のようなコブ・ダクラス型の生産関数を用いて分析を行う。

$$Y=A\,K^{\alpha}L^{1-\alpha}$$

ただし、α（$0<\alpha<1$）は資本分配率を示すパラメータで、$1-\alpha$ は労働分配率を示す。また、Y：GDP、K：資本投入量、L：労働投入量、A：技術進歩、を示す変数とする。

上記の生産関数を用いれば、総生産量に対して技術進歩、資本、労働がそれぞれどの程度寄与しているかを導くことができる。ここでの K は企業が生産活動のために使うお金や、そのお金が形を変えたもの（生産設備工場、建物）をイメージしているものとする。

上のコブ＝ダグラス型の生産関数では、このモデルの仮定として、閉鎖経済（海外からの資金や財の流出入はない）、一定の貯蓄率、一定の人口成長、技術レベルは変化しないことが仮定である。さらに以下のような重要な特性が仮定される。

第一に、投入要素である労働と資本とは弱い補完関係にあり、いずれが欠けても財が生産されない。例えば、いくら労働を投入しても、資本投資がまったくなければ、生産活動を行うことができない。同様にいくら資本設備があっても労働を投資しなければ、財は生産されない。

第二に、生産要素である労働についても、資本についても、投入を増やせば増やすほど産出量が増加する。しかし、特定の生産要素の投入量の増加が産出量の増加に貢献する度合いは、投入水準が高まるに従って低下していく。この特性は「規模に対する限界生産性の逓減」あるいは「限界生産力逓減の法則」と言われている。

第三に、労働と資本の投入水準を同時に倍増させると、産出量水準も倍増する。こうした特性を「生産関数の一次同次性の仮定」という。３次元の曲面において、K＝L のとき一次同次性により形状が直線となる。

第四に、ある生産要素の限界生産性は、他の生産要素の投入水準とともに上昇するという特性が備わっている。例えば、労働の限界生産性は資本設備が充実するほど向上し、資本の限界生産性では労働力が豊富なほど改善する。

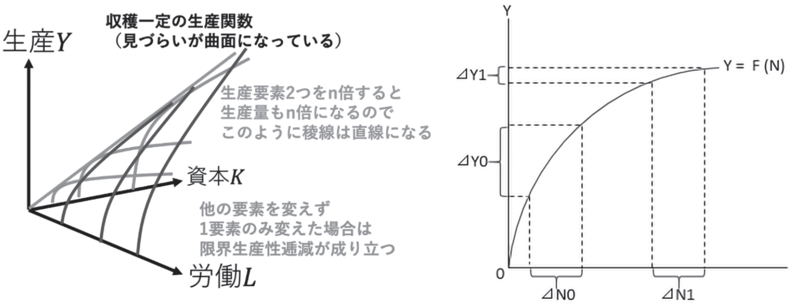


図３－１ コブ=ダグラス型生産関数の ３D グラフ生産関数の形状
引用元：一般論のため不詳

（引用終わり）

大野(2021a)におけるコブ=ダグラス型関数の形状について補足説明を加える。筆者の担当科目である「ビジネス統計学Ⅰ」では PC 実習も行い、関数のグラフ形状が不明な場合は、Excel で適当な数値を入力してグラフを描くことを推奨している。大野（2022a）において、コブ・ダクラス型の生産関数の形状が図３-２のようになることは納得しにくいと思われるが、計算式の $K^{\alpha}L^{1-\alpha}$ において指数の α と１-α がなければ単純な掛け算である。

Excel で掛け算九九表を作る場合には，A 列に「労働投入量 L」，１行目に「資本投入量 K」の数値を適当に入力し、左上の B２ 番地に「=$A２*B$１」などと入力して下方と右方に複写計算する。これをベースに、指数の α=0.4 などと値を適当に決めて「^」による指数演算を加えて「=$A２^0.6*B$１^0.4」と入力すれば良い。Excel のグラフ作成アイコンから「等高線」を選択すれば、３D グラフによる関数の形状と等量曲線が描ける。

経済学における「限界」概念は、説明変数の微小変化に対する目的変数の変化であり、数式を説明変数で微分して傾きを計算することになる。K と L の説明変数がある多変数関数の場合は、それぞれについて偏微分することができ、傾きについても可視化ができる。

図Ⅱ－３　Excel による２元配置の複写計算②

ゴブ・ダグラス型効用関数

$$U = X^{0.6} Y^{0.4}$$ で表されるコブダグラス型効用関数について、

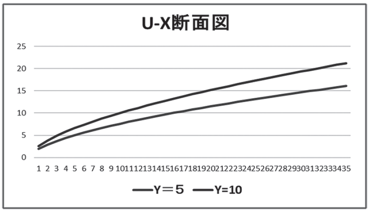
1 効用関数の3Dグラフを描きなさい。
2 無差別曲線（等高線）を描きなさい。
3 Y=5、Y=10のとき、X-U平面による断面に写るグラフを描け。

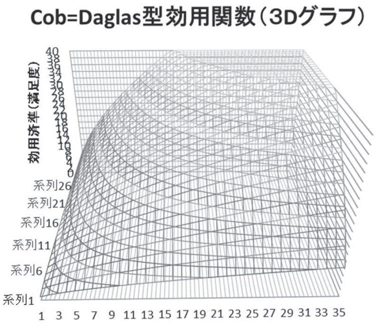
Y財消費量

X財消費量	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1.3195	1.5518	1.7411	1.9037	2.0477	2.1779	2.2974	2.4082	2.5119
2	1.5157	2	2.3522	2.639	2.8854	3.1037	3.3011	3.4822	3.6502	3.8073
3	1.9332	2.5508	3	3.3659	3.6801	3.9585	4.2103	4.4413	4.6555	4.8559
4	2.2974	3.0314	3.5652	4	4.3734	4.7043	5.0035	5.278	5.5326	5.7708
5	2.6265	3.4657	4.076	4.5731	5	5.3783	5.7203	6.0342	6.3253	6.5975
6	2.9302	3.8664	4.5471	5.1017	5.578	6	6.3816	6.7317	7.0565	7.3602
7	3.2141	4.241	4.9878	5.5961	6.1185	6.5814	7	7.3841	7.7403	8.0734
8	3.4822	4.5948	5.4038	6.0629	6.6289	7.1304	7.5839	8	8.3859	8.7469
9	3.7372	4.9313	5.7995	6.5068	7.1143	7.6525	8.1393	8.5858	9	9.3874
10	3.9811	5.2531	6.178	6.9314	7.5786	8.1519	8.6704	9.1461	9.5873	10

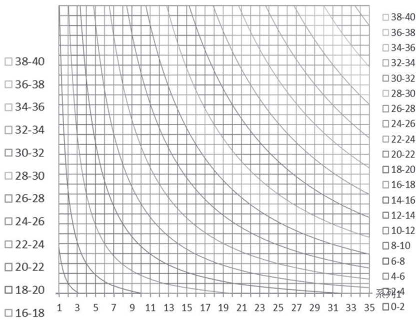
Y財消費量

X財消費量	1	2	3
1	=$B8^0.6*C$7^0.4		
2			
3			
4			
5			





無差別曲線



出所：深瀬（2022)、「ビジネス統計学Ⅰ」第3回PC実習教材（セル参照と複写の計算）

３節 労働人口変化による労働生産性への影響

大野（2022a）は、前節で示したコブ=ダグクラス型の生産関数を仮定し、労働人口の減少に伴う労働生産性への影響について考察し、機械化による技術代替の効果を検討している。

（１）生産関数の一次同次性と成長会計

① 生産関数の一次同時性

ソローは、生産技術が外生的に進歩することを想定し、次のようなコブ＝ダグラス型の生産関数を用いて経済成長について考察を行った。

$$Y = A K^{\alpha} L^{1-\alpha}$$

（ただし、A は技術水準を示す外性変数である。）

コブ＝ダグラス型の生産関数は一次同次性を満たしているので、資本と労働の投入をそれぞれm 倍すると、次式のように産出量もm 倍になる。

$$A\,(mK)^{\alpha}\,(mL)^{1-\alpha} = m^{\alpha+1-\alpha} A\,K^{\alpha} L^{1-\alpha} = mY$$

実質GDP が拡大しても、それが人口増加に起因している場合は、人口一人当たりで見た生産量や所得水準が必ずしも拡大しているわけではない。もし、経済全体のGDP が拡大しても、一人当たりのGDP が拡大しなければ、国民一人一人の実生活レベルでは、生産面や所得面で豊かになっているとはいえない事になる。

生産関数を労働投入量L で偏微分した次式は労働の限界生産性を表している。

$$\frac{dY}{dL} = AK^{\alpha}\left(1-\alpha\right)L^{-\alpha} = \left(1-\alpha\right)\frac{AK^{\alpha}L^{1-\alpha}}{L} = \left(1-\alpha\right)\frac{Y}{L}$$

労働の限界生産性が実質賃金w に等しいとすれば、

$$\frac{dY}{dL} = w = \left(1-\alpha\right)\frac{Y}{L}$$

$$\therefore 1-\alpha = \frac{wL}{Y}$$

上式の右辺は、生産した付加価値（GDP）に占める人件費（賃金×労働投入量）を表す。すなわち、1 － α は、労働分配率を意味する。さらに、

$$\frac{dY}{dL}=(1-\alpha)\frac{Y}{L} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\frac{dY}{dL}}{\frac{Y}{L}}=\frac{\frac{dY}{Y}}{\frac{dL}{L}}=1-\alpha$$ より、

労働分配率の 1 － α は、「生産の増加率」と「労働投入の増加率」の比、すなわち、「労働投入の増加に対する生産量の弾力性」を意味している。

数値例として、α＝0．4であるとすると、$\frac{dY}{Y}=(1-\alpha)\frac{dL}{L}$ なので、労働力が10%増大しても（ΔL/L=0.1）、産出量は6％しか増えない（ΔY/Y＝（1－α）×ΔL/L＝ 0.6×10）。

例えば、労働力が100 人から110 人に増えても、産出量は100 から106 しか増えない。これを一人当たりの産出量で見ると、10（100÷10）から9.6（106÷11）へと減少している。即ち、労働力の増加によって経済全体で見ると生産が増大しているにもかかわらず、一人当たりの生産である労働生産性が減少してしまうようなことが起きているのである。

② 成長会計による要因分解

次に、コブ=ダグラス型の生産関数を用いて、労働投入による経済成長率への寄与度について考察したい。

下記のコブ=ダグラス型の生産関数に、対数微分法を用いると、産出量の増加は、技術進歩、資本投入量、労働投入量の増加率に分解される。このように、経済成長の要因を分解して分析する手法を成長会計（growth accounting）という。

$$Y=AK^{\alpha}L^{1-\alpha}$$

両辺の対数をとると、

$$\log Y=\log A+\log\alpha+\log K+(1-a)\log L$$

両辺を時間tで微分すると、下記の成長会計が導出される。

$$\frac{1}{Y}\underbrace{\frac{dY}{dt}}_{=\Delta Y}=\frac{1}{A}\underbrace{\frac{dA}{dt}}_{=\Delta A}+\alpha\frac{1}{K}\underbrace{\frac{dK}{dt}}_{=\Delta K}+(1-\alpha)\frac{1}{L}\underbrace{\frac{dL}{dt}}_{\Delta L}$$

$$\therefore\frac{\Delta Y}{Y}=\frac{\Delta A}{A}+\alpha\frac{\Delta K}{K}+(1-\alpha)\frac{\Delta L}{L}$$

ここで、$\frac{\Delta A}{A}$ は技術進歩の割合、$\frac{\Delta K}{K}$ は資本ストックの成長率、$\frac{\Delta L}{L}$ は労働人口成長率を示している。このモデルにおいて、資本ストックの成長要因と、労働人口成長要因では説明されない要因については、技術進歩によってもたらされたものであると仮定される。すなわち、経済成長率 $\frac{\Delta Y}{Y}$ から資本ストックの成長要因と、労働人口成長要因の合計を差し引いた値（ソロー残差[6]）として、式の右辺に表れる技術進歩の割合 $\frac{\Delta A}{A}$ が計測できる。

日本経済は長期的な少子化により将来の労働人口が減少し、経済成長の抑制要因になるのではないかと懸念されている。しかし、労働人口減少が完全にマクロ経済に影響するわけではない。

例えば、資本分配率が0.4（４割）とすると、生産関数の成長会計は次のようになる。$\frac{\Delta Y}{Y}=\frac{\Delta A}{A}+0.4\times\frac{\Delta K}{K}+0.6\times\frac{\Delta L}{L}$

人口減少により労働力が10 年間で５％ 減少したとしても、技術進歩も資本ストックも現状を維持できれば、実質GDP の減少を３％ に止めることができる（ 0.6×（ -0.05)）。

6　次節でソローモデルの概要を説明する。

（２）生産関数の技術的限界代替率逓減性

技術的限界代替率TMRS(Technical Marginal Rate of Substitution)とは、労働投入量を１単位、変化させた時に、一定の生産量を維持するために、何単位の資本ストックを変化させる必要があるのかを表したものであり、以下のように算出される。労働を減らした分を資本を増やして代替する必要があり、変化の増減が異符号となるため負号が着く。

$$\text{技術的限界代替率}\ TMRS = -\frac{\Delta K}{\Delta L} = -\frac{\frac{\Delta Y}{\Delta L}}{\frac{\Delta Y}{\Delta K}} = -\frac{\text{労働の限界生産力}MPL}{\text{資本の限界生産力}MPK}$$

（ただし、ΔK：資本の増加分 ΔL：労働の増加分）

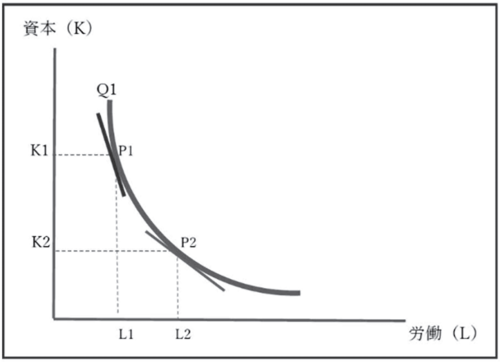


図３－５　等生産量曲線における技術的限界代替率低減

引用元：一般社団法人ゴローバル都市経営学会

例えば、図３－５の等生産量曲線上において、パンデミックの前後で投入可能な労働者人口が変化した場合を比較する。現在でも、赤道付近のアフリカ諸国では、エイズやエボラ、デング熱、マラリアなどの流行で頻繁に起きている。人口が多く労働集約的な生産を行っている国では、点Ｐ２の状態で生産が行われており、現在は罹患したり、在宅自粛によって労働投入量が減少しても、少量の資本ストックを補填することで従前の生産量を維持できる。

しかし、労働人口が少なく、資本集約的な生産を行っている日本では、P1の状態にあるため、新型コロナ・ウイルス感染のようなパンデミックが起きてしまうと、労働の減少に対して技術的限界代替率が高くなってしまい、大量の資本を補填しなければ従前の生産量を維持することができない。

このような事例は過去にも起きている。1348年にヨーロッパ全土を襲ったペストは、ヨーロッパの総人口の三分の一を減少させた。当時の主要な資本ストックは土地なので、労働の減少分が土地で代替され、農民一人当たりの耕す土地面積は1.5倍になった。経済史研究家のカルロ・チポラ(伊)の推計によると人口減少の結果、実質賃金は2倍になった一方で、土地の収益率は50%減少したとされる。ただし、実質賃金については、技術的限界代替率逓減の法則からは直接には説明できず、前節の2節で述べた「古典派の第一公準における労働の限界生産性の上昇に起因すると考えられる。

現在において、人工知能を導入し先進的に技術革新を進めているアメリカや中国などでは、技術が人に取って代わり「AIによる雇用の代替」が進むと同時に、スクリーニング（選抜）に勝ち残った労働者たちの労働の限界生産性が上昇し、実質賃金が上昇しやすい。

一方、日本では、労働者にとっての「三種の神器」と言われる「終身雇用」「年功序列」「企業別組合」という三つの制度に安定した雇用が支えられてきた。しかし、これらが逆に技術進歩の妨げになっているのかもしれない。例えば､「年功序列」によって、仕事で優れた成果を出したとしても、年齢が若ければ待遇に反映されない可能性があるために、若年層のモチベーションの低下を招く可能性がある。

（３）労働力一人当たりの生産関数

コブ＝ダグラス型の生産関数を想定して GDP を生産面から分析した。いま、労働生産性、すなわち経済全体の産出量 Y を労働者数で割った、一人当たりの産出量 y に置き換えて考える。こうすることで、生産要素の資本 K と労働 L との２変数の投入量を資本装備率 k である１変数に集約して扱うことができる。資本装備率 k は、一人当たりの産出量 y を決定する変数であり、労働者一人当たりに対して資本がどの程度装備されているかを示す。

労働力一人当たりの産出量と資本投入量を、それぞれ、小文字の y と k

すなわち、$y = \frac{Y}{L}$, $k = \frac{K}{L}$ とおくと、

コブ＝ダグラス型の生産関数は次のように書き直すことができる。

$$y = \frac{Y}{L} = \frac{AK^{\alpha}L^{1-\alpha}}{L} = A\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha} = Ak^{\alpha}$$

上式の第１項と第４項に対数微分法を適用して、成長会計に分解すると次式となり、労働生産性の向上が技術進歩と資本蓄積が促進要因となるが、人口増加が抑制要因となる。

$$\ln y = \ln A\left(\frac{K}{L}\right)^{\alpha}$$

$$\ln y = \ln A + \alpha(\ln K - \ln L)$$

$$\frac{d}{dt}\ln y = \frac{d}{dt}\ln A + \alpha\left(\frac{d}{dt}\ln K - \frac{d}{dt}\ln L\right)$$

$$\frac{\dot{y}}{y} = \underbrace{\frac{\dot{A}}{A}}_{\text{技術進歩}} + \alpha \underbrace{\frac{\dot{K}}{K}}_{\text{資本蓄積}} - \alpha \underbrace{\frac{\dot{L}}{L}}_{\text{人口成長}} \qquad \text{（成長会計）}$$

かくして、前の①節での「労働力の増加によって経済全体で見ると生産が増大しているにもかかわらず、一人当たりの生産である労働生産性が減少してしまうようなことが起きているのである」との指摘が、数学的に示される。

大野（2022a）は、高校の「政治経済」で学習したフローとストックの考え方を発展させ、前に１節で導いた貯蓄投資バランスの恒等式を導入して、微分方程式体系の資本蓄積方程式を導いている。

３節　資本蓄積方程式の位相図による動学分析

（１）資本蓄積方程式

資本蓄積Ｋと労働投入Ｌにより決定される生産水準は、国民経済計算の三面等価の原則から、所得水準に一致すると考えられる。

家計の貯蓄率を s として、消費者は、毎期、稼ぎ出した税引き後の可処分所得のうちの s を貯蓄に、残りの１−s を消費にまわす。ただし、借金はないと仮定して貯蓄率 s の値は ０ ＜s＜ １ の間をとる。

したがって、家計全体の貯蓄水準 S は、生産水準 $Y=F\,[K,L]$ に貯蓄率 s を掛け合わせた $s\,F\,[K,L]$ に等しくなる。また、閉鎖経済において貯蓄は設備投資に当てられる、

$$\underbrace{\mathrm{S}}_{\text{貯蓄}} = \underbrace{\mathrm{I}}_{\text{民間企業設備投資}} \quad \text{（投資貯蓄バランスの恒等式）}$$

そのうち固定資本減耗を除いた純設備投資の部分が資本貯蓄に蓄積される事になる。ここでの固定資本減耗（depreciation）とは、建物、機械設備等が劣化した状態を説明している。減耗の量は資本ストックの量に比例すると仮定して資本減耗率を δ とすると、固定資本減耗は δＫ で表される。

資本ストックの変化は、投資と資本減耗によって起こる。資本が積み増しされる部分を ΔＫ として、資本蓄積の時間変化の関係を数式で表すと、次式となる。

$$\dot{K} = sF[K,L] - \delta K \quad \text{（資本蓄積の方程式）}$$

（２）位相図による動学分析

労働者１人当たりの生産関数を以下のように小文字 f（k）の１変数関数で一般的に表記する。

$$y=\frac{Y}{L}=\frac{F[K,L]}{L}=F\left[\frac{K}{L},1\right]=F\left[k,1\right]\equiv f(k)$$

資本装備率 $k=\dfrac{K}{L}$ について、対数微分法を適用すると、

$$\ln k=\ln\frac{K}{L}=\ln K-\ln L$$

$$\frac{\dot{k}}{k}=\frac{\dot{K}}{K}-\frac{\dot{L}}{L}\Leftrightarrow \dot{k}=k\left(\frac{\dot{K}}{K}-\frac{\dot{L}}{L}\right)$$

上式に資本蓄積方程式を代入すると、１人当たりの資本蓄積方程式が導かれる。

$$\dot{k}=k\left(\frac{sF\left[K,L\right]-\delta K}{K}-\frac{\dot{L}}{L}\right)=\frac{K}{L}\left(\frac{sF\left[K,L\right]-\delta K}{K}-\frac{\dot{L}}{L}\right)$$

$$=\frac{sF\left[K,L\right]}{L}-\frac{K}{L}\left(\delta+\underbrace{\frac{\dot{L}}{L}}_{=n}\right)=sf\left[k\right]-\left(\delta+n\right)k$$

$$\therefore\ \dot{k}=sf\left[k\right]-\left(n+\delta\right)k$$

この労働者１人当たりの資本蓄積方程式の右辺において、第１項は貯蓄を通じた民間設備投資による増加要因、第２項は資本減耗と人口増加による減少要因を示す。両者の綱引きによって、右辺がプラスなら資本が蓄積され、逆にマイナスであれば取り崩されていく。

ⅰ）$\dot{k} > 0 \Leftrightarrow sf\left[k\right] > \left(\delta + n\right)k$ のとき、資本装備率は増加し、一人当たり所得が増加。

ⅱ）$\dot{k} > 0 \Leftrightarrow sf\left[k\right] > \left(\delta + n\right)k$ のとき、資本装備率は低下し、一人当たり所得が減少。

ⅲ）$\dot{k} > 0 \Leftrightarrow sf\left[k\right] > \left(\delta + n\right)k$ のとき、資本装備率は一定となり定常状態となる。

以上の３つの場合について位相図に示し考察する。

図３−７は、労働者１ 人当たりの資本蓄積方程式の右辺を第１項と第２項に分離して、それぞれのグラフを描いたものである。すなわち、sf（k）は貯蓄水準の曲線、δk は固定資本減耗の傾きδ を持つ直線を表し、それぞれが、変数 k の関数となっている。

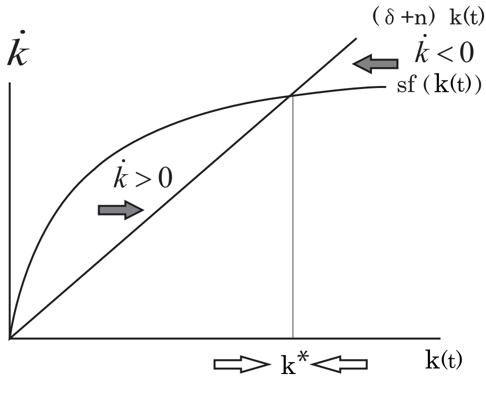


図３−７　資本装備率の調整メカニズムf（k）

引用元：斉藤誠・岩本康志・太田聰一・柴田章久「新版マクロ経済学」、有斐閣

ⅰ）資本装備率 k の水準が k*より小さい左側の領域にある経済状況では、曲線が直線を上回るため $\dot{k} > 0$ となり、資本が蓄積されて資本装備率 k が増強されていくことが右向きの矢印（→）で示されている。

ⅱ）k の値が k*より大きい右側の領域にある経済状況では、直線が曲線を上回るため $\dot{k} < 0$ となり、資本が減り資本装備率 k の変化が左向きの矢印（←）で示されている。

よって、資本装備率 k は左右の方向から調整され、市場メカニズムにより最終的に k*で表された定常状態に落ち着くという事になる。この定常状態を数式で表すと次式になる。

この均衡条件 $\dot{k} = 0$ より、資本装備率がどのような水準に収束していくのかを予測することができる。定常状態における資本装備率 k*は、1 人当たり国民所得 y*は次式となる。

$$sf[k] = sk^{\alpha} = (n+\delta)k \Leftrightarrow k^{\alpha-1} = \frac{\delta+n}{s}$$

$$k^* = \left(\frac{n+\delta}{s}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}} = \left(\frac{s}{n+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

$$y^* = f[k^*] = A(k^*)^{\alpha} = A\left(\frac{s}{n+\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

結論として、生産活動と貯蓄率 s(0＜s＜1）が高く、人口成長率 n と資本減耗率 δ が低いほど、資本蓄積 k*が大きくなり、1 人当たり国民所得 y*も大きいことになる。

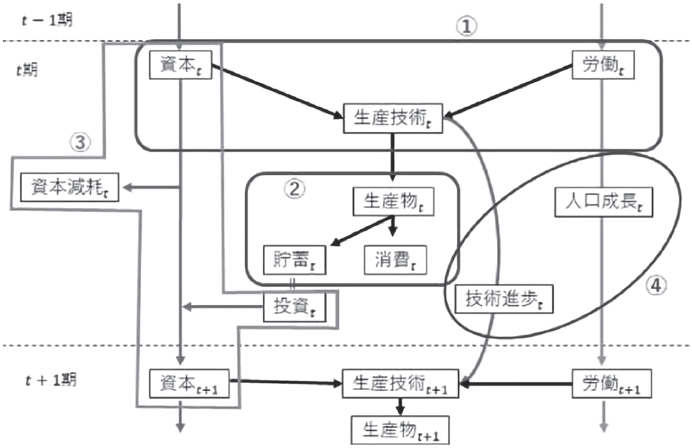
第Ⅲ章　経営学視点の「少子高齢化と経済成長」研究

１節 Solow（1956）の総括

Solow（1956）は、Ⅱ章で生産関数を特定せず、資本と労働の生産要素を投入して生産活動を行う一般的なモデルを示した。モデルは企業と家計のみで構成され、政府や海外部門はない。完全雇用所得水準において、消費されなかった生産物の一部は貯蓄されるが、金融を介して支出面に現れ、企業により設備投資に回される。この分が資本蓄積の変化量となる。ソローの設備投資において固定資本減耗を除却しない理由は、生産物に GNP（国民総生産）ではなく NNP（国民純生産）を想定しており、既に控除済みだからである。

Solow（1956）のⅢ章では労働者 １ 人当たりの労働生産性 y について、資本装備率 r を説明変数とするモデルから成長会計を導き、経済成長を❶技術進歩、❷資本蓄積、❸労働投入の３要因の成長に分解した。生産要素である資本の蓄積について、生産面の産出額の分析と支出面の民間設備投資の分析を連携させて資本蓄積の微分方程式を導いている。しかし、いきなり数学的に解を求めてはいない。増加要因を示す生産関数に貯蓄率を乗じた逓減型の増加曲線と減少要因を示す人口増加率の傾きをもつ直線のグラフを用いて均衡点の存在を仮定して、両者の大小関係によって資本装備率が調整されていき、安定的な系において収束経路を持つことを示している点に聡明さを感じる。

図表Ⅲ－1　ソロー成長モデルの概念図



出所：大学ノート マクロ経済学/経済成長

以上のソロー成長モデルに基づき､「人口減少と経済成長」のフレームワークを用いて問題構造を図解すれば図表Ⅲ－1のようになる。

①領域では、t 期の生産技術水準 A_t の下で、生産要素の資本 K_t と労働 L_t を投入し生産活動が営まれる。

②領域では、生産された生産物 Y_t の一部が消費され、残りの s の割合が貯蓄される（sY_t）。

③領域では、既存の資本蓄積 K の一定割合 δ が資本減耗として除却されるが、新たに貯蓄 sYt が民間設備投資として資本 K_{t+1} に蓄積される。

④領域では、時間経過に伴い、外生的（モデルと無関係）に技術進歩と人口成長が起こり、労働投入量が L_{t+1} となる。

２ 節 モデルの前提と残された課題

Solow 成長モデルでは、生産要素である資本と労働の代替化可能な生産関数が仮定されているため、多様な資本装備率（資本労働比率）の状況でも生産活動が可能であり、余剰となる生産要素が少なく無駄がない。また、貯蓄率 s、固定資本減耗率 δ が一定ならば、資本装備率 k は安定的な成長経路を通って

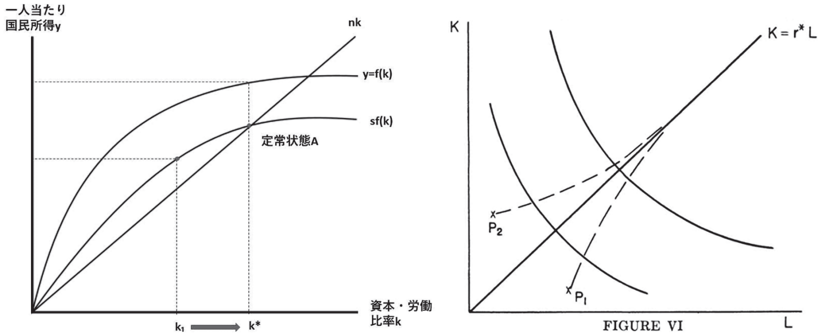
前章で導出した定常状態 k*に向かって調整されていく（図表Ⅲ－２）。これに伴って、資本装備率 k によって決まる労働者一人当たりの国民所得 y、すなわち労働生産性も運命的に確定されている定常状態 y*に止まる。

経済成長の抑制要因となる人口成長率 n や固定資本減耗率 δ については、短期的に変更することが難しいとすれば、さらに成長を持続させるには貯蓄率 s を高める必要がある。

$$k^* = \left(\frac{n+\delta}{s}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}} = \left(\frac{s}{n+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

$$y^* = f\left[k^*\right] = A\left(k^*\right)^{\alpha} = A\left(\frac{s}{n+\delta}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

図表Ⅲ－２　ソロー成長モデルの収束径路と比較静学



このモデルから導かれる結論では、人口増加率 n が低下しても、k*と y*は上昇するので問題はない。しかし、一国の経済成長率としては減速することに注意する必要がある。成長会計により分解された成長要因について、労働分配率 α （$0 < \alpha < 1$）の符号に着目すると、人口減少は一人当たりの経済成長においては促進要因となっている。一方、一国の経済成長においては労働投入量の減少要因となる。ただし、これを技術進歩で補える可能性も示される。

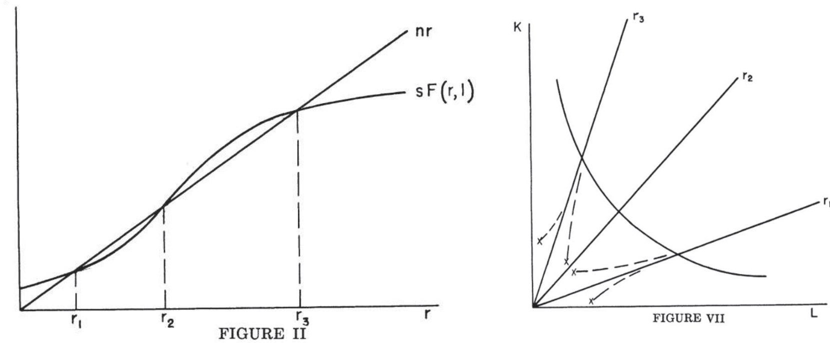
しかしながら、ソロー成長モデルでは、技術進歩の仕組みが内生化されていない。

$$\frac{\dot{y}}{y} = \underbrace{\frac{\dot{A}}{A}}_{\text{技術進歩}} + \alpha \underbrace{\frac{\dot{K}}{K}}_{\text{資本蓄積}} - \alpha \underbrace{\frac{\dot{L}}{L}}_{\text{人口成長}} \quad \text{：一人当たりの経済成長率}$$

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A}}{A} + \alpha \frac{\dot{K}}{K} + (1-\alpha)\frac{\dot{L}}{L} \quad \text{：一国の経済成長率}$$

理論研究では、理論と現実とが必ずしも一致しないことにも注意する必要がある。Solow（1956）のⅡ章では、一般的な生産関数によるモデルを示し、仮定を変更すれば結論も変わることにも言及している。資本蓄積の促進要因となる設備投資関数 sF(r) について、図表Ⅲ－３（左）のような変曲点をもつＳ字状の曲線を仮定すれば、抑制要因の直線と３点で交わる。r_1 と r_3 は定常状態における安定的な水準となるが、r_2 は不安定である。r_2 を境界とする初期条件により、２つの均衡が存在する分離均衡のケースである。

図表Ⅲ－３　分離均衡となるケース



出所：Solow（1956）、p.71、p,82 より抜粋。
注：r は資本装備率、n は労働人口成長率、s は貯蓄率を示す。

Solow（1956）のⅣ章の Example では、レオンチェフ型、ゴブ・ダグラス型、一次同次（constant-returns-to-scale）型の生産関数を特定し、それぞれについて分析している。生産関数に、レオンチェフ型関数を用いた場合は、ケインズ派であるハロッド=ドーマーによる「不安定性原理」のモデルとなる。固

定的な資本労働比率の経済成長経路となり、自然成長率（人口成長率）と保証成長率（資本蓄積増加率）の乖離を調整する復元力が働かず、乖離が生じると時間経過とともに拡大し、ナイフの刃のように不安定なことから「ナイフ・エッジ」理論とも称される。

「不安定性原理」

レオンチェフ型の生産関数では、資本と労働の完全非代替を前提とし、少ない方の生産要素がボトルネックとなるという仮定をおく。

$$F\left[K,L\right]=Min\left[\frac{K}{a},\frac{L}{b}\right]$$

資本装備率を $\frac{K}{L}=r$ とすれば、労働者一人当たりの産出量、即ち労働生産性 f［r］は、

$$\frac{F\left[K,L\right]}{L}=f[r]=Min\left[\frac{K}{aL},\frac{1}{b}\right]=Min\left[\frac{r}{a},\frac{1}{b}\right]$$

$$\begin{cases} 1)\quad sf[r]=\frac{s}{a}r & \left(\frac{r}{a}>\frac{1}{b}\Leftrightarrow r>\frac{a}{b}\text{のとき}\right) \\ 2)\quad sf[r]=s\frac{1}{b} & \left(\frac{r}{a}\leq\frac{1}{b}\Leftrightarrow r\leq\frac{a}{b}\text{のとき}\right) \end{cases}$$

となり、$\frac{a}{b}$を境に、r の値が１)の区間では傾きをもった r の増加関数となるが、２）の区間では一定値となる。

$\dot{r}=sf[r]-nr$ において、人口成長率 n の速度について（a)～(c）のケースが想定される。

ケース（a）（人口成長＞資本蓄積）：$\dot{r}<0$ となり資本装備率 r が常に低下し続ける。

ケース（b）（人口成長＝資本蓄積）：資本装備率 r の初期値が a/b を超えると a/b まで低下して止まる。資本装備率 r の初期値が a/b より小さいと $\dot{r}=0$ となり変化はない。

ケース（c）（人口成長＜資本蓄積）：資本装備率の均衡点 s/n_3b が存在するが、r ＞均衡点のときは $\dot{r}<0$ となり減少。$\frac{a}{b}$ ＜r＜均衡点のときは保証成長率 sf［r］の線が自然成長率 n_3r の直線の上を通り、資本の過剰を解消する方向に r が調整され、実際の均斉成長では s/n_3b となる。

以上のとおり、ケース（b）とケース（c）の 1 点でのみ安定な成長経路となるが、全くの偶然によるもので、景気変動でバランスを崩すと、復元する力を持たない。

図表Ⅲ－４　レオンチェフ型関数を仮定した場合（ハロッド＝ドーマー成長モデル）

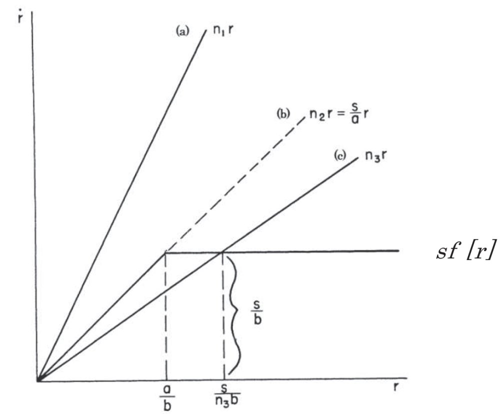


FIGURE IV

出所：Solow（1956），p.74

３節　経営学からの分析視点

前節で確認したとおり、モデルは現実の一部を切り取って模式化したものなので、現実を捉え切れていないし、仮定を変更すれば導かれる結論にも影響する可能性が高い。しかし、研究テーマとする「少子高齢化と経済成長」につい

て、漠然と文献を調べるよりも、問題構造を捉えやすい。経済成長が、❶技術進歩、❷資本蓄積、❸労働投入の３要因の成長に分解され、労働人口の減少を技術進歩で補えることが示唆されたが、ソロー成長モデルには技術進歩の仕組みが内生化されていない。

❶技術進歩とイノベーションからの分析視点

ソローモデルの技術進歩の内生化の課題については、2018年にノーベル経済学賞を受賞した Paul M Rormer 等の貢献もあり、知識生産も組み入れて内生的成長理論に発展させ、理論研究を深堀することもできる。生産要素を財生産と知識生産に配分し、知識生産についても財生産と同様に分析しているので理解しやすい。さらに、Rormer によるイノベーション普及の理論研究もある。

しかし、経営学の知識を生かし、変革型リーダーシップや企業文化の理論、クリステン・センやP.F.ドラッカーによるイノベーション理論、両利き経営による多角化理論、政府によるインフラ整備や助成金等の取組みなど、より現場の実情を反映した研究の方向性も考えられる。

❷資本蓄積からの分析視点

資本蓄積については、民間設備投資、貯蓄の両面からの分析が考えられる。学部レベルの教科書の成長論の単元ではあまり言及がされていないが、民間設備投資の行動が恣意的で、やや現実離れしている感もある。経営者の景気見通しや金利水準とは無関係に、実際に生産物の一定割合 s が設備投資されているのだろうか。現場の実務に近い経営学的な視点から深堀ができる可能性がある。ケインズは、企業家の野心的な意欲な投資行動を「アニマルスピリッツ」という言葉で表現したが、民間設備投資については、日銀による金融政策、経営者の景気見通しや、内部留保などからの分析視点も考えられる。特に DX 化等の情報化投資の効果が大きい可能性があるとの実証研究結果もある。

貯蓄に関しては、民間の貯蓄率が長期的に低下傾向にある一方で、法人の内部留保率が高まっている。企業の法人留保について、どのように資産運用をしているのだろうか。金庫に眠らせているとは考えにくい。収益性の高い海外に

投資しているのだろうか、所有形態にならない程度の低い持ち株率で子会社を経営しているのだろうか。会計学的な視点で、本業とそれ以外の収益構造について分析するのも興味深い。また、民間の貯蓄率低下の背景が、実質賃金が減少したために貯蓄する余裕がなくなっていることに起因するものなか、消費者の価値観の変化も影響しているのか、について詳細に分析するのも興味深い。

❸労働投入からの分析視点

少子化対策が経済成長に寄与するのは新生児が生産年齢に達する 15 年以上先であり、当座の労働人口減少の対策と区別する必要がある。当面の問題を高齢者や女性の労働参加で解決できるのか、外国人労働者の受け入れが必要なのか（大野 2022b）という分析視点も考えられる。そのためには、労働力人口について、人数だけでなく年齢、正規と非正規別の推移を確認したい。また、賃上げについて、原資となる付加価値をどのように高めるのか、実現した場合、雇用、消費、景気への影響についても興味深い。労働供給は増加するだろうが、消費者の人件費の増額に対し雇用がどのように影響するだろうか。

❹行動経済学的な分析視点

百均やファストファッション等の低価格で高品質の商品が長期に販売され続けると、消費者に低価格が刷り込まれて「アンカリング効果」や「現状維持バイアス」が生じてしまい、高価格のブランド商品に対する購買意欲が低下するのではないだろうか。

さらに、消費者が低価格商品を愛用するようになると、企業も高付加価値商品の開発に消極的になってしまい、経済成長を抑制するのではないか。このような仮説検証をしてみるのも興味深い。

４節　経営学における実証分析手法

経済学分野の実証分析に用いられる「計量経済学」の分析手法では、基本的には重回帰分析が用いられ、複数の説明変数から１つの目的変数への影響を分析する。これに対して、マーケティングにおける実証分析では、重回帰分析も

含めより一般的な多変量解析、共分散構造分析、AI 手法等、多様なデータ分析のツールがある。照井（2018）では、経済学部で学ばないビッグデータ時代の統計学として、ベイズ統計、ベイジアンネットワーク、機械学習、次元圧縮と高次元回帰、テキスト解析と自然言語処理、ニューラルネットワーク、ディープラーニングなどを挙げている。

特に連鎖的な因果構造をもつモデルを忠実に分析するには、計量経済学的な手法よりも構造方程式モデリングや共分散構造分析の方が適している。また、行動経済学的に心理的な潜在変数を仮定して分析を行うにも、因子分析や共分散構造分析を用いた方が使い勝手は良い。

第Ⅳ章　経営学科生による研究事例

本章では、大野（2022a）による理論研究（卒業論文）と、大野（2022b）による実証研究（外部投稿論文）の一部を紹介する。なお、編集の都合で原文に修正を加えている。

大野（2022a）卒業論文目次

目　次

6章.　岸田政権による賃上げ政策の有効性に関する理論的考察
　　1節.　岸田政権による成長戦略
　　2節.　ローマ―モデルによる分析の枠組み
　　3節.　資本蓄積の動学
　　4節.　知識生産の動学
　　5節.　同時均衡による成長経路
　　6節.　ローマーモデルによる岸田内閣の経済政策の長期的効果に関する考察

7章.　イノベーションの促進策
　　1節.　生産された知識の活用
　　2節.　人的資本への投資モデル
　　3節.　政策シミュレーション

8章.　むすび
　　参考文献リスト

大野（2022a）6章

２節　ローマ―モデルによる分析の枠組み

（１）モデルの全体像

資本と労働の生産要素を知識の生産部門と財の生産部門に下記のように配分する。

$$\begin{cases} L = \underbrace{a_L}_{\text{知識生産}} L + \underbrace{(1-a_L)}_{\text{財の生産}} L \\ K = \underbrace{a_K}_{\text{知識生産}} K + \underbrace{(1-a_K)}_{\text{財の生産}} K \end{cases}$$

財部門、知識部門の生産関数については、以下の式で表されている。

$$\begin{cases} \text{（財の生産）} \quad Y = \left[\left(1-a_K\right)K\right]^{\alpha}\left[A\left(1-a_L\right)L\right]^{1-\alpha} \\ \text{（知識生産）} \quad \dfrac{d}{dt}A = \dot{A} = B\left[a_K K\right]^{\beta}\left[a_L L\right]^{\gamma} A^{\theta} = Ba_K{}^{\beta} a_L{}^{\gamma} K^{\beta} L^{\gamma} A^{\theta} \end{cases}$$

ただし、B + r = 1 を仮定しない。

（２）財部門GDP成長率の動学分析

財部門の生産関数に対数微分法を用いて成長会計を導出する。

$$\ln Y = \alpha \ln\left[\left(1-a_K\right)K\right] + \left(1-\alpha\right)\ln\left[A\left(1-a_L\right)L\right]$$

$$= \underbrace{\alpha \ln\left(1-a_K\right)}_{const} + \alpha \ln K + \left(1-\alpha\right)\left[\ln A + \underbrace{\ln\left(1-a_L\right)}_{const} + \ln L\right]$$

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \alpha\frac{\dot{K}}{K} + \left(1-\alpha\right)\left[\frac{\dot{L}}{L} + \frac{\dot{A}}{A}\right]$$

ここで、$\dfrac{\dot{Y}}{Y} \equiv g, \dfrac{\dot{K}}{K} \equiv g_K, \dfrac{\dot{L}}{L} \equiv n, \dfrac{\dot{A}}{A} \equiv g_A$ とおけば、$g = \alpha g_K + \left(1-\alpha\right)\left(n + g_A\right)$

GDP成長率 g は、資本の成長率 g_Kと、知識の成長率 g_A および人口成長率 n とのウエイト付きの平均である。

日本の経済成長に関して、本研究では、人口成長率 n については減少傾向（n＜０）にある現実を受け入れ、資本の成長率 g_K と、知識の成長率 g_A を政策的にコントロールすることにより、経済を持続的に成長させていく道を探索する。

３節　資本蓄積の動学

以下では、まず、知識の成長率 g_A 、資本の成長率 g_K の動学を、それぞれ個別に分析し、次に、位相図を用いて両者の同時均衡より、成長経路を分析する。

ローマ―モデルでは単純化のため、ソローの資本蓄積方程式式において資本減耗率δを　0　と仮定し、財市場の IS 均衡式を、資本の変化＝貯蓄＝設備投資としている。

$$\frac{dK}{dt} = \dot{K} = sY - \delta K$$

$$\frac{dK}{dt} = \dot{K} = sY = I$$

上式の３項目の Y（生産関数）に、財部門の生産関数（前出）を代入すると、次式のローマーモデルにおける資本の成長率の動学方程式が得られる。

$$\frac{dK}{dt} = \dot{K} = sY = s\left[\left(1-a_K\right)K\right]^{\alpha}\left[A\left(1-a_L\right)L\right]^{1-\alpha}$$

$$\dot{K} = s\left(1-a_K\right)^{\alpha}\left(1-a_L\right)^{1-\alpha}K^{\alpha}\left[AL\right]^{1-\alpha}$$

$$\frac{\dot{K}}{K} = \underbrace{s\left(1-a_K\right)^{\alpha}\left(1-a_L\right)}_{=c_K}{}^{1-\alpha}K^{\alpha-1}\left[AL\right]^{1-\alpha} = c_K\left[\frac{AL}{K}\right]^{1-\alpha}$$

資本の成長率について $\dfrac{\dot{K}}{K} = g_K$ と置き、対数微分法を適用すると、

$$g_A = c_K\left[\frac{AL}{K}\right]^{1-\alpha}$$

$$\ln g_A = \ln c_K + \left(1-\alpha\right)\left[\ln A + \ln L - K\right]$$

$$\frac{\dot{g}_A}{g_A} = \left(1-\alpha\right)\left[\frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{L}}{L} - \frac{\dot{K}}{K}\right]$$

ここで、 $\dfrac{\dot{A}}{A} = g_A$, $\dfrac{\dot{L}}{L} = n$, $\dfrac{\dot{K}}{K} = g_K$ と置き換えると、

資本の変化率の変化率（加速度）は次式となる。

$$\frac{\dot{g}_K}{g_K} = (1-\alpha)\left[g_A + n - g_K\right]$$

上式において、資本の変化率が安定した定常状態、すなわち$\dot{g}_K = 0$となるとき、$\dfrac{\dot{g}_K}{g_K} = 0 \Leftrightarrow g_K = g_A + n$の関係に着目して、縦軸に$g_K$横軸に$g_A$をとり、両者の関係をグラフ（位相図）に描くと、図6－1 に示す様に、変数 g_K 対する傾きが1の直線を堺に、領域がその上下に2分される。

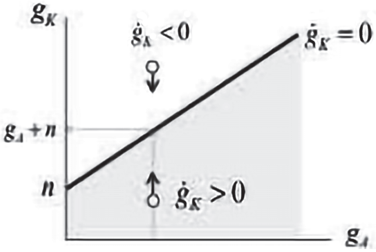


図6－1　資本の変化率と知識の成長率との位相図（資本の変化率が定常状態）
引用元：バルダス・グスタボ（2021）講義資料「内生経済成長モデル」

図6－1において、資本の変化率が定常状態の $g_K = g_A + n$ を下まわる領域にあるとき、$\dot{g}_K$＞0となり資本の変化率が加速され、上方に移動する。また、資本の変化率が定常状態を上まわる領域にあるとき、$\dot{g}_K$＜0となり、資本の変化率が減速されて、下方に移動する。資本の成長速度は、これらの調整によって、長期的にグラフの線上、すなわち一定の速度の定常状態に落ち着くように制御されている。

４節　知識生産部門の動学

知識部門の成長関数については、以下の動学方程式で表される。ただし、資本分配率、労働分配率を示すパラメータβとγについて、$\beta + \gamma = 1$を仮定しない。

$$（知識生産）\frac{d}{dt}A=\dot{A}=B\left[\underbrace{a_K K}_{資本ストック}\right]^{\beta}\left[\underbrace{a_L L}_{労働投入}\right]^{\gamma}\underbrace{A^{\theta}}_{知識のストック}=\underbrace{Ba_K{}^{\beta}a_L{}^{\gamma}}_{c_A}K^{\beta}L^{\gamma}A^{\theta}$$

両辺を A で割って、$Ba_K{}^{\beta}a_L{}^{\gamma}=c_A$ とおけば、下記の知識の変化率が求まる。

$$\frac{\dot{A}}{A}=c_A K^{\beta}L^{\gamma}A^{\theta-1}$$

さらに両辺の対数を取り、時間について微分すると、知識の変化の変化率、すなわち、加速度が次式のように求まる。

$$\ln g_A=\ln c_A+\beta lnK+\gamma\ln L+(\theta-1)\ln A$$

$$\frac{\dot{g}_A}{g_A}=\beta\frac{\dot{K}}{K}+\gamma\frac{\dot{L}}{L}+(\theta-1)\frac{\dot{A}}{A}$$

ここで、$\frac{\dot{A}}{A}=g_A$, $\frac{\dot{L}}{L}=n$, $\frac{\dot{K}}{K}=g_K$ とおけば、$\frac{\dot{g}_A}{g_A}=\beta g_K+\gamma g_L+(\theta-1)g_A$

上式において、知識の変化の変化率が定常状態、すなわち $\dot{g}_A=0$ となるとき、

$$\dot{g}_A=0\Leftrightarrow\beta g_K+\gamma n+(\theta-1)g_A=0\text{、ie.}\quad g_K=-\frac{\gamma}{\beta}n+\frac{1-\theta}{\beta}g_A$$

の関係に着目し、縦軸に g_K、横軸に g_A をとり、直線の位相図を描くと図 6-2 となる。

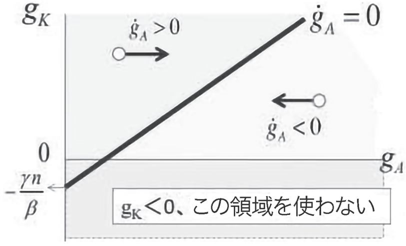


図６－２　資本の変化率と知識の成長率との位相図（知識の変化の変化率が定常状態）

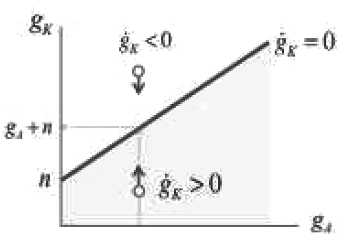
引用元：バルダス・グスタボ（2021）講義資料「内生経済成長モデル」

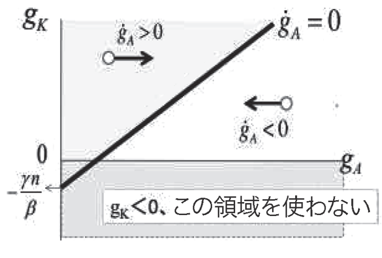
図６－２（右図）において、知識の変化率 g_A が直線の左上の領域にあり、定常状態に達していない場合は、$\dot{g}_A>0$となり、知識創造の進歩速度が加速される。直線の右下の領域にあり、知識の変化率が定常状態を上回った場合は、$\dot{g}_A<0$ となり、知識創造の進歩速度が減速される。知識創造の進歩速度についても、これらの調整により、長期的にグラフの線上、すなわち一定の速度の定常状態に落ち着くように制御されている。

５節　同時均衡による成長経路

資本変化の定常条件、知識創造の定常条件を示す２つの直線を一つの位相図で表したモデルを用いて動学分析を行う。

$$\begin{cases} \text{資本変化の定常条件：} \dfrac{\dot{g}_K}{g_K}=0 \Leftrightarrow g_K=g_A+n & \text{（赤線で示す）} \\ \text{知識創造の定常条件：} \dfrac{\dot{g}_A}{g_A}=0 \Leftrightarrow g_K=-\dfrac{\gamma}{\beta}n+\dfrac{1-\theta}{\beta}g_A & \text{（青線で示す）} \end{cases}$$





さらに労働人口の増加率 n によっても位相図が異なるため、動学的な成長経路と長期的な均衡状態が、変化すると考えられる。そこで、ｉ）n＞０、ⅱ）n＝０、に場合分けて考察する[7]。

資本の変化の定常条件を示す、$g_K = g_A + n$ の直線(赤線) の傾きは1 である。一方、知識の変化量の定常条件を示す直線（青線）の傾きは（$1-\theta$）$/\beta$である。

両者の傾きの大小間関係において、

ケース 1　（$1-\theta$）$/\beta > 1 \Leftrightarrow \beta + \theta < 1$ （収穫逓減 ）の場合、

$\beta > 0$ であるから、知識増加の効率θは、$\theta < 1$ ということになる。

上記の2つの定常条件を示す2つの直線を重ね合わせた位相図は、図6－3のようになる。

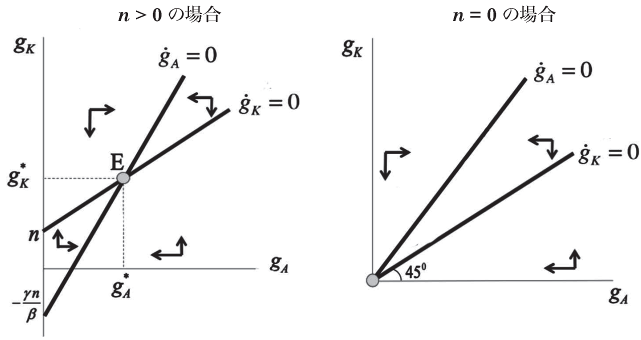


図6－3　資本の変化率と知識の成長率との位相図

引用元：左図：D.ローマー、『上級マクロ経済学』、p.122、右図：バルダス（2021）

7　ここで、知識創造の動学方程式における、労働分配率γ、資本分配率β、知識増加の効率θ、nのパラメータの実績値により、資本変化の均衡条件式（赤線）と資本変化の均衡条件式（青線）の傾き、すなわち、1と$\frac{1-\theta}{\beta}$の大小関係が変化する。大野（2022a）では、傾きの大小関係、①$\frac{1-\theta}{\beta} < 1 \Leftrightarrow \beta + \theta < 1$、②$\frac{1-\theta}{\beta} = 1 \Leftrightarrow \beta + \theta = 1$、③$\frac{1-\theta}{\beta} > 1 \Leftrightarrow \beta + \theta > 1$、と人口成長率 n の正負を組み合わせて6つのケースについて考察している。しかし、本稿では紙幅の制約もあり、ケース①のみを紹介する。

日本の少子高齢化に伴う生産人口の減少問題の対策について、大野（2022a）では資本投入による代替は技術的限界代替率（TMRS）が大きく非効率であると考察した。大野（2022b）では、この結果を踏まえて、移民受け容れによる活路解決の可能性を実証的に分析した。通常のシミュレーションでは将来を外挿して予測するが、実績値をベンチマークとして政策効果を検証している点、移民の受け容れを実績の10倍にするという大胆な発想が面白い。

大野（2022b）学外投稿論文

２節　移民受け入れに関する実証分析

（１）実証分析の概要

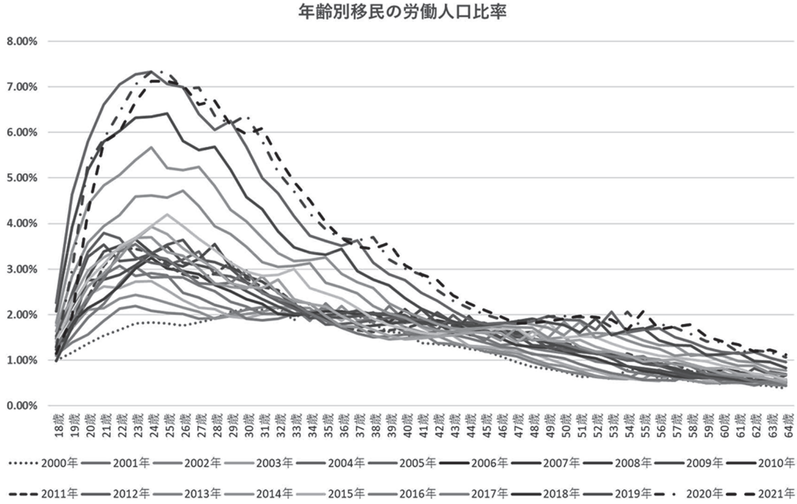
少子高齢化は日本の生産力を低下させる。出生率を高めることは重要であるが、生産人口として経済の一翼を担うまでには 15 年以上の期間を要する。この間にも、日本の生産年齢人口は減少し続けていく。そこで本研究では、海外からの移民受け入れによって労働力を維持する政策を講じた場合の経済成長について分析する。

日本 GDP について将来のシミュレーションをしても、実績値がわからないので、移民政策によってどれほどの効果が期待できるのか評価ができない。そこで、過去の実績値を使い、反実仮想的に、移民の受け入れ人数を変えて、現状がどのように変わっていたかカリブレートした。

海外からの移民については、外国人を含めた人口統計と日本人のみの人口統計との差を移民とみなし、移民についても 18 歳から 64 歳までを生産労働人口とした。カリブレーションにおいて、移民受け入れを k 倍に増員させる場合は、非生産年齢についても k 倍したが、65 歳以上を超えると、日本に残っている外国人の数は急激に減少している。

移民の労働人口比率は、毎年、20 代半ばまでは急激に増えるが、20 代後半からは減少していく。また、2000 年から 2021 年までの推移をみると、年々増加しており、コロナウイルスが蔓延した 2020 年以降も、目立った減少はみられない。

図表Ⅳ－１　年齢別移民の労働人口比率の推移



（２）カリブレーションのモデル

資本Ｋと労働Ｌを生産要素とするコブ＝ダグラス型の生産関数を仮定する。

$$Y_t = \alpha\gamma^t E_t^{\beta} K_t^{1-\beta} \quad ①$$

パラメータ γ は技術進歩率、E_t はｔ期の効率労働、K_t はｔ期の資本ストックである。

生産年齢は 18 歳から 64 歳とし、効率労働は、i 歳の労働効率 ρ_i でウェイト付けして次式与えられる。

$$E_t = \sum_{i=18}^{64} \rho_i L_{it} \quad ②$$

ただし、労働効率のパラメータ ρ_i（ 18≦ i≦ 64）は、水野・内海（2016）を踏襲し、次式の計量モデルで推計した。

$$\rho_i = a_1 + a_2 (i-18) - a_3 (i-18)^2$$

ここで非生産人口の支出 Zt を、就業前人口と定年後人口に分けて集計する。

$x\sum_{i=65}^{90} L_{it}$ は老後に必要な生活資金の総計、$z\sum_{i=0}^{17} L_{it}$ は若年層を支える生活費や教育費である。

$$Z_{it} = z\sum_{i=0}^{17} L_{it} + x\sum_{i=65}^{90} L_{it} \qquad ③$$

生産人口により産出された生産額のうちの消費されなかった残りから、リタイヤした高齢者の老後の支出、０歳から17歳までの教育費が引かれ残ったものが総貯蓄となる。

したがって、生産に従事する標準的な貯蓄率を s とすると t 期の総貯蓄は次式となる。

$$S_t = sY_t - z\sum_{i=0}^{17} L_{it} - x\sum_{i=65}^{90} L_{it} \qquad ④$$

来季の資本ストックは、②設備投資に回る貯蓄（貯蓄率×効率労働×前期の資本ストック）から固定資本減耗と非生産人口の消費額（老後に必要な生活資金と若年層を支える生活費や教育費の総計）を引き計算できる。

したがって、本モデルにおける資本蓄積の動学は次式となる。

$$K_{t+1} = s\alpha\gamma^t \left(\sum_{i=18}^{64} \rho_i L_{it} \right) K_t^{1-\beta} + (1-\delta) K_t - \left(z\sum_{i=0}^{17} L_{it} + x\sum_{i=65}^{90} L_{it} \right) \quad ⑤$$

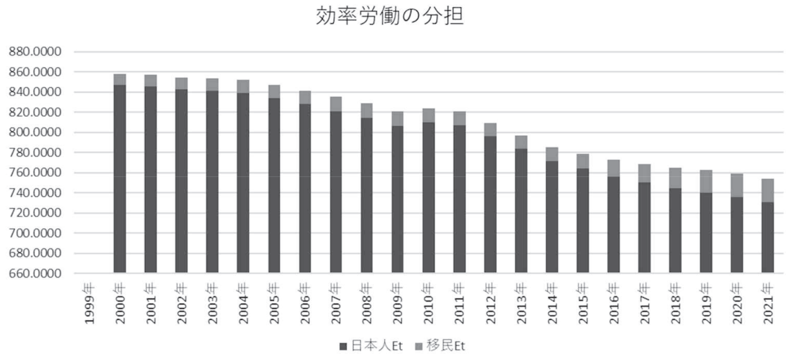
パラメータについては、貯蓄は s＝0.44、経済の規模に α=0.4、労働分配率に β=0.395、技術進歩率に γ=1.001、資本減耗率に δ=0.05 を利用する。

最後にリタイヤした老年世代の一人あたりの消費 x を 0.0001、17 歳以下の個人の一人当たりの養育・教育資金 z を 0.00005 とする。ここで、x は年間 100 万円、z は年間 50 万円の支出をイメージしている。

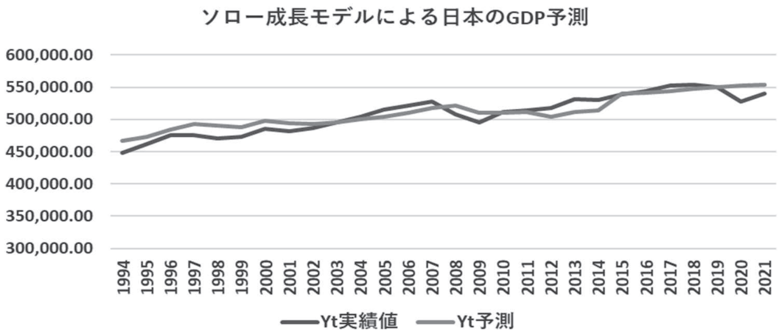
（３）カリブレーション結果

図表Ⅳ－2,3, 4 は、移民の投入量を変化させなかった場合の効率労働、GDP、一人当たり GDP である。移民の労働力は僅かに増加しているが、それ以上に日本人の少子高齢化のスピードが速いため、効率労働力が低下している。

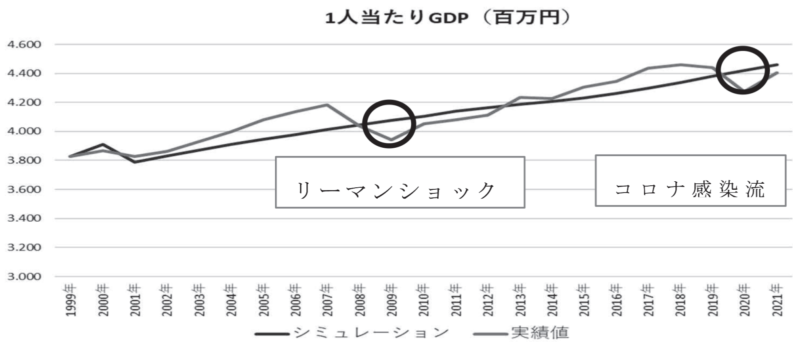
図表Ⅳ－２　移民の投入量を変化させなかった場合の効率労働



図表Ⅳ－３　移民の投入量を変化させなかった場合の GDP



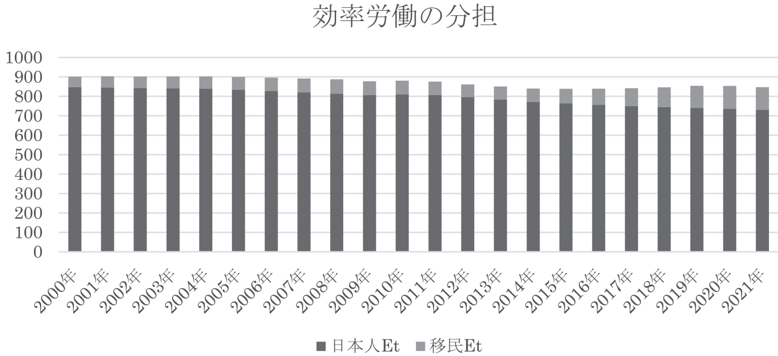
図表Ⅳ－４　移民の投入量を変化させなかった場合の一人当たり GDP



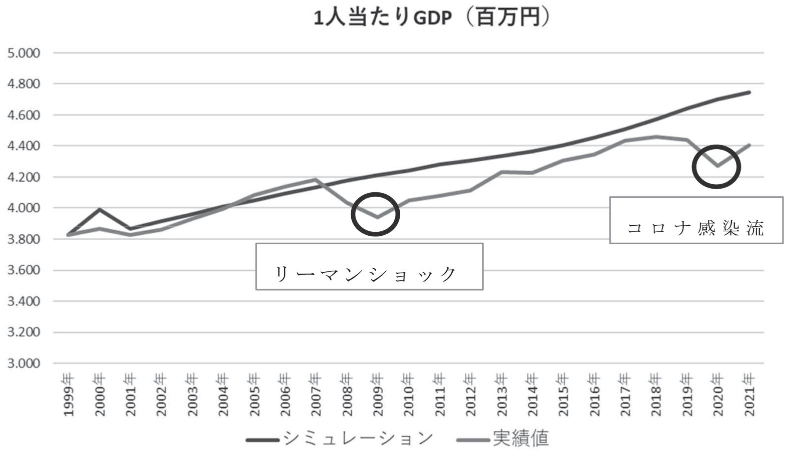
図表Ⅳ－ 5, 6 は、移民の投入量を5倍にした場合の結果グラフである。国全体の効率労働は減少の速度は遅いものの、まだ減少は止められない。

しかし、一人当たり GDP については、実績値よりも改善されている。なお、カリブレーションでは、資本ストックと、効率労働を説明変数とするコブ＝ダグラス型生産関数を用いて推計いるので、リーマン・ショックやコロナ感染等によるショックの影響は反映されない。

図表Ⅳ－ 5　移民の投入量が5倍に増加した場合の効率労働



図表Ⅳ－ 6　移民の投入量が 5倍に増加した場合の一人当たり GDP

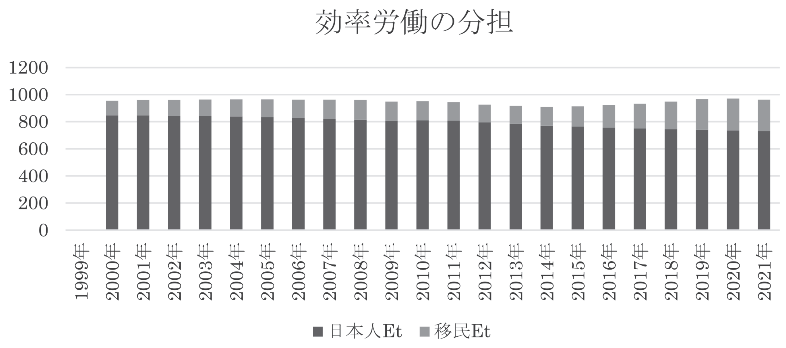


大野（2022b）筆者試算

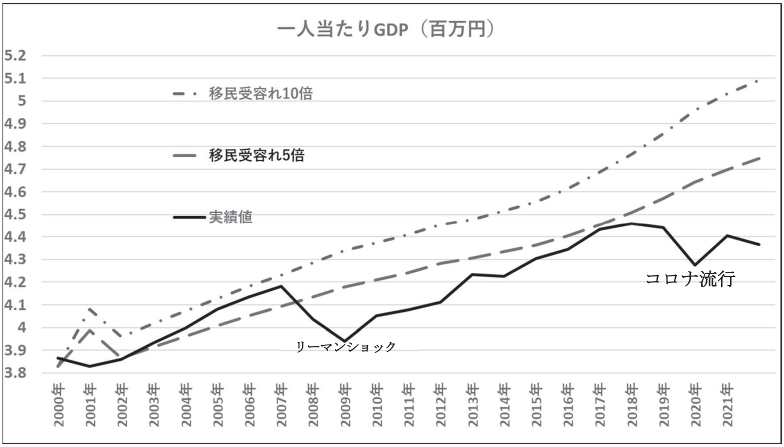
図Ⅳ－7.8 では、移民の投入量を10倍にしてみた。そうすると、国全体の効率労働の減少を食い止めることができることがわかった。移民の数が多いほど、将来的にみても、１期世代の移民の子供、さらに２期世代の子供、と出生率も上昇する。その後、若年層の割合の上昇し、人口ピラミッドも回復することが予想できる。

さらに一人当たりの GDP で見てみても現状から大きく突き放している。日本の強みでもある γ（技術進歩のパラメータ）に関して数値を上げることができれば、GDP の成長率は加速する。一人当たりの GDP が上昇し、国民一人一人の s （貯蓄率のパラメータ）の数値が上がれば、さらに GDP の成長率は加速する。いずれにしろ、外国人労働者を投入することは、経済成長を加速させることができる。

図表Ⅳ－７　移民の投入量が10倍に増加した場合の効率労働



図表Ⅳ－８　移民の投入量が10倍に増加した場合の一人当たり GDP



ここでは、単純に現在の移民を 10 倍しているが、実際には、出稼ぎに来て、稼いだお金は自国の通貨に変換して、送金する移民もいるし、働き盛りを終えると、自国に帰ってしまう移民もいる。しかし、昨今では、パンデミックが起きた時に、多くの企業が倒産した。特に貯蓄が乏しい企業は赤字が続くと経営できなくなる。そのため、一人当たりの GDP が上がっても企業内で資金を留保する問題も考えられる。

今足りないから補充するという考えでは 10 年後、20 年後に大きなしっぺ返しを食らいかねない。現在の人口ピラミッドを見ても、外国人労働者を必要としている。農業、建設業、流通、介護分野等での人手不足も低賃金労働と過剰サービスを前提としている。

また、消費者側も過剰サービスを期待しない生活スタイルに改めることも求められている。コンビニの 24 時間営業や正確なダイヤで運行される鉄道、ガソリンスタンドへ行けば給油の際に車内のゴミを回収してくれ、窓も吹いてくれる。これらが当たり前となっている日本だが、そういった過剰品質や無料サービスが生産性のロスを生んでいるかもしれない。

内閣府のホームページの先行研究によると、外国人従業者の伸びと、日本人従業者の伸びには、有意に正の関係があるとの結果が得られている。内閣府政策統括官 (2019) においても、外国人労働者を増やした企業と、同じ属性を持つものの、外国人労働者を増やさなかった企業をマッチングさせた分析を行っているが、外国人労働者が増加している企業では、女性正社員、中途・経験者採用、高齢者といった多様な人材の雇用も増加していることを確認している。

昨今では、生産技術の向上もあり、外国人の増加により生産性への負の影響も少ないことが予想される。

参考文献リスト

Robert m. Solow（1956）, ‘A contribution to the theory of Economic growth’, “The Quarterly Journal of Economics”. MIT Press

Robert M. Solow（1957）, ‘Technical Change and the Aggregate Production Function’, “The Review of Economics and Statistics”, Vol. 39, No. 3（Aug., 1957）, pp. 312-320

Published by: The MIT Press

Michael Kremer（1993）, ”Population Growth and Technological Change: One Million B.C. to 1990”, The Quarterly Journal of Economics Vol. 108, No. 3（Aug., 1993）, pp. 681-716

Hiroko Okudaira, Miho Takizawa, Kenta Yamanouchi

（2018）, .”Minimum Wage Effects Across Heterogeneous Markets“, Labour Economics. 2019. 59. 110-122

Yoshinori Shiozawa（2023）,’ Some supplementary explanations on Micro foundations’, “EIER”2023.3

N・グレゴリー・マンキュー（2019)､『マンキュー経済学Ⅱマクロ編第4版』、足立英之・石川城太・小川英治・地主敏樹（訳)。東洋経済新報社

D.ローマ―（2004)､『上級マクロ経済学』、堀雅博・岩波博夫・南條陸訳（訳)、日本評論社

チャールズ・I・ジョーンズ（2001)、『新古典派から内生的経済成長理論へ、経済成長理論入門』、香西泰（訳)、日本経済新聞社

バルダス・グスタボ (2021)マクロ経済学特論講義資料「授業 12 内生経済成長モデル」

斉藤誠・岩本康志・太田聰一・柴田章久（2016)、『新版マクロ経済学』、有斐閣

島田晴雄（1982)『フィリップス曲線と日本の労働市場機構』、慶應義塾経済学会出版

場勝義雄（2011)、『IS－LM 分析と AD－AS（総需要―総供給）分析』OECD（参照 2021-11-10)

川口大司・森悠子（2013)、「最低賃金と若年雇用：2007 年最低賃金法改正の影響」、独

立行政法人経済産業研究所（RIETI）、日本学術振興 Discussion
照井伸彦 (2018)『ビッグデータ統計解析入門』、日本評論社
首相官邸ホームページ (参照 2022-2-9)
財務省「法人企業統計季報」(参照 2022-2-10)
蓮見亮（2014、日本経済研究センター）「投資、資本と経済成長 ～経済成長モデルが示唆する関連性～」,『経済のプリズム No124 2014.2』, https://www.sangiin.go.jp/japanese/annai/chousa/keizai_prism/backnumber /h26pdf/201412402.pdf（参照 2022-2-8）
松多秀一 (2020)、「最低賃金の引上げの影響分析－政策知見に関するデータベ ース作成の提案－」、東京財団研究所
齋藤 潤（2012、日本経済研究センター）「ソロー・モデルと R&D モデルから み た 日 本 経 済 」, https://www.jcer.or.jp/j-column/column-saito/20121114.html（2022-2-6）
OECD, Main Science and Technology Indicators（参照 2022-2-9）
OECD Economic Outlook 104 November 2018（2022-2-8）
UNData（実質 GDP）、OECDStat（総固定資本形成額の内訳）
高山武士（ニッセイ基礎研究所ＨＰ）、「欧米でも日本化が進むのか」、経済研究部, https://jinjibu.jp/article/detl/hr-survey/2533/（参照 2022-2-2）
一般社団法人グローバル都市経営学会、https://ai-colab.com（参照 2022-1-26）Small business diagnostician（参照 2022-2-9）
中小企業診断士受験サイト , http://shikapro.officialblog.jp/#（参照 2022-2-8）Phillips（1958）p.285 Fig.1
https://www.kantei.go.jp/jp/headline/seisaku_kishida/index.html（参照 2022-2-8）
しまうま総研, 東大生ブログ, https://info-zebra.com/kobudagurasu-seisannkannsuu/（参照 2022-2-10）
水野伸宏・内海幸久（2016）「少子化による年齢別人口構成の変化と経済成長率に関するシミュレーション分析」、『千葉商大論叢』53（２）千葉商科大学国府台学会