〈論　　文〉

不確実性下における越境汚染と国際環境政策の動学分析†

前鶴　政和

1．はじめに

近年、環境汚染が深刻となっており、１国内の環境汚染だけではなく、国境を越えて汚染物質が広がる越境汚染が問題となっている。また、汚染物質は長期にわたって蓄積されていくものであり、その蓄積過程には、不確実性が生じると考えられる。したがって、越境汚染問題を考える際には、長期的視点で考察する必要があるため、静学分析の枠組みではなく、不確実性を考慮に入れた上で、動学分析の枠組みで分析しなければならない。

以上のような問題意識にしたがって、本稿は、非対称な２国の政府が汚染物質の排出量を規制する状況を考える。また、汚染物質は、ある国で発生すると国境を越えて世界全体に広がるものとし、通時的に蓄積され、２国に環境損失を与えるものとする。その際、蓄積過程に不確実性が生じ、幾何 Brown 運動にしたがって変動すると仮定する。本稿の目的は、以上のような想定の下で、

† 本稿は、2008年度日本経済学会春季大会（2008年５月31日－６月１日、東北大学）において報告した論文を加筆・修正したものです。報告に際し、座長の赤尾健一教授（早稲田大学）、討論者の東田啓作准教授（横浜市立大学）、ならびに柳瀬明彦准教授（東北大学）より、貴重なコメントを賜りました。ここに記して感謝の意を表します。ただし、本稿における誤謬のすべては、筆者の責任に帰するものです。また、本稿は日本学術振興会科学研究費補助金(若手研究（Ｂ)、課題番号：19730189)の成果の一部です。感謝申し上げます。

2国政府間の無限期間の確率微分ゲームを考えることによって、不確実性下の越境汚染問題とそれを解決するための国際環境政策について考察することである。

本稿の分析は、以下に挙げるような先行研究に依存する。Dockner & Long (1993)は、確実性の下で、微分ゲームの枠組みで国際環境規制について分析している。List & Mason (2001)は、確実性の下で、非対称な2地域の政府を仮定し、越境汚染の環境規制が分権的に行われるべきか中央集権的に行われるべきかを分析している。ただし、これらの研究では、不確実性の下での分析は行われていない。

Wirl (2004, 2008)は、排出量を戦略変数として、確率微分ゲームの枠組みで地球温暖化問題を分析している。しかし、非対称な国々については分析していない。

以上のような先行研究に基づき、本稿では確率微分ゲームの枠組みを用いて排出量規制について分析し、非協調均衡解及び協調均衡解を導出する。

本稿の構成は以下の通りである。2節で基本モデルを提示する。3節で各国政府の確率的動的最大化問題を定式化し、確率微分ゲームの枠組みを用いて各国政府間の排出量ゲームの非協調均衡解を求める。4節で協調均衡解を求める。5節で2つの均衡の比較を行なう。6節で結論を述べる。

2．基本モデル

本節では、基本モデルを提示する。非対称な2国が、生産活動に伴って汚染物質を排出するものとする。第 i 国の排出量を $q_i (i=1,2)$ 、第 i 国の便益をそれぞれ以下の式で表す。

$$v_1(q_1) = \alpha q_1 - \frac{\beta}{2} q_1^2 \tag{1}$$

$$v_2(q_2) = \gamma\alpha q_2 - \frac{\beta}{2} q_2^2 \tag{2}$$

ただし、$\alpha > 0, \beta > 0, \gamma > 0$ である。

両国によって排出される汚染物質のうち、一部は自然浄化されるが、浄化されない部分は通時的に蓄積する。また、蓄積過程に不確実性が生じるものとする。すなわち、$S(t)$ を t 時点での汚染ストックとすれば、$S(t)$ は以下の確率微分方程式に従って蓄積されていく。

$$dS(t) = \{q_1(t) + q_2(t) - \delta S(t)\}dt + \sigma S(t)dw(t) \tag{3}$$

ただし、δ は自然浄化率を表す。

現実の汚染物質の蓄積過程から生じる結果は不確実であると考えられる。そこで、確率的要素として（3）式には幾何 Brown 運動を表す項σSdwを導入している。パラメータ $\sigma > 0$ は分散パラメータを表し、dw は Wiener 過程 w の増分である。このモデルは、平均的な汚染物質の蓄積が増加すればするほど、汚染物質の蓄積の変動が大きくなるということを意味する。

各国の環境損失関数は、以下のように表される。

$$D_1(S) = hS^2/2 \tag{4}$$

$$D_2(S) = \theta hS^2/2 \tag{5}$$

ただし、$0 \leq \theta < 1$ である。

3．非協調均衡解

本節では、各国政府間の排出量ゲームに関する非協調均衡解[1]を導出する。各国政府は、各時点において状態変数である汚染ストックに依存して排出量を決定する、Markov 戦略を採用するものと仮定する。

各国政府は、汚染物質の蓄積過程（3）式の制約の下で、各国政府の社会厚生の（割引率 ρ で割り引かれた）期待割引現在価値を最大化するように、その排出量を選択するものとする。したがって、各国政府の確率的動的最大化問題は、次式で表される[2]。

1 確率微分ゲームの非協調均衡解については、Dockner et al.(2000)などを参照。

$$V_i = \max_{q_i} E\left(\int_0^{\infty} e^{-\rho t}[v_i(q_i) - D_i(S)]\,dt\right)$$
$$s.t.\ dS = \left\{q_1 + q_2 - \delta S\right\}dt + \sigma S dw \tag{6}$$

ただし、E は期待値を表す。

ここで、List & Mason (2001)にしたがい、$\theta = 0$ を仮定する。すなわち、第2国は汚染による損失は被らないものと仮定する。すると、第2国の最適な排出量は $q_2^N = \gamma\alpha/\beta$ となる。上付の N は非協調均衡を表す。

(6) 式より、第1国の価値関数 V_1 は、以下の Hamilton-Jacobi-Bellman 方程式を満足しなければならない。

$$\rho V_1 = \max_{q_1}\left\{\alpha q_1 - \frac{\beta}{2}q_1^2 - \frac{h}{2}S^2 + V_{1S}(q_1 + \frac{\gamma\alpha}{\beta} - \delta S) + \frac{\sigma^2 S^2}{2}V_{1SS}\right\} \tag{7}$$

この価値関数は、以下のような S に関する2次関数であると推測される。

$$V_1 = \phi_0 + \phi_1 S + \phi_2 S^2 \tag{8}$$

(8) 式より、次の式が得られる。

$$V_{1S} = \frac{\partial V_1}{\partial S} = \phi_1 + 2\phi_2 S \tag{9}$$

$$V_{1SS} = \frac{\partial^2 V_1}{\partial S^2} = 2\phi_2 \tag{10}$$

(7)式の右辺の最大化から、第1国の最適な排出量に関して以下の式を得る。

$$q_1^N = \frac{\alpha + V_{1S}}{\beta} \tag{11}$$

(7)式に(8)式の価値関数、(9)、(10) 式と(11)式の最大化の条件を代入して係数比較を行うと、(8) 式の価値関数のパラメータに関して、以下の式を得る。

$$\phi_0 = \frac{(\alpha + \phi_1)^2}{2\beta\rho} + \frac{\gamma\alpha\phi_1}{\beta\rho} \tag{12}$$

$$\phi_1 = \frac{2\alpha(1+\gamma)\phi_2}{\beta(\rho + \delta) - 2\phi_2} \tag{13}$$

---

2 確率的動的最大化問題については、Chang (2004)、Kamien&Schwartz (1991)などを参照。

$$\phi_2 = \frac{\beta(\rho+2\delta-\sigma^2) - \sqrt{\left\{\beta(\rho+2\delta-\sigma^2)\right\}^2 + 4\beta h}}{4} \tag{14}$$

なお、ϕ_2に関しては正の共役解も存在するが、経路の安定条件のために、これは負でなければならない。

次に、汚染ストックの経路について検討する[3]。(3)式に最適な排出量の式(11)を代入すると、次式を得る。

$$dS = \left[A^N - B^N S\right]dt + \sigma S dw \tag{15}$$

ただし、$A^N = \dfrac{(1+\gamma)\alpha+\phi_1}{\beta}$ 、$B^N = \dfrac{\beta\delta - 2\phi_2}{\beta}$ である。

(15)式を確率積分方程式として書き換えると、次式を得る。

$$S(t) = S_0 + \int_0^t \left[A^N - B^N S(s)\right]ds + \int_0^t \sigma S dw \tag{16}$$

汚染ストックの経路の期待値は確率分布とは独立であり、次のようになる。

$$E[S(t)] = S_0 + \int_0^t \left[A^N - B^N E[S(s)]\right]ds \tag{17}$$

この式は、初期値$E[S(0)] = S_0$を有する、$E[S^N(t)]$に関する常微分方程式であり、その解は次のように与えられる。

$$E[S^N(t)] = \exp(-B^N t)S_0 + (1-\exp(-B^N t))\frac{A^N}{B^N} \tag{18}$$

経路の安定条件が成立するためには、$B^N > 0$である必要があり、そのためには、上述したように、$\phi_2 < 0$ でなければならない。

ここで、定常状態における非協調均衡の汚染ストックの期待値は、以下のように求められる。

$$E[\hat{S}^N] = \frac{A^N}{B^N} \tag{19}$$

ただし、^ は定常状態を表す。

(11)式と(19)式より、定常状態における非協調均衡の第1国の排出量の期待

3　以下の議論については、Prasad&Sethi (2004)を参照。

値は以下のように表される。

$$E[\hat{q}_1^N] = \frac{\alpha + \phi_1 + 2\phi_2 E[\hat{S}^N]}{\beta} \tag{20}$$

ここで、(8)式と(19)式より、定常状態における非協調均衡の第１国の価値関数の期待値は、次のように表される。

$$E[\hat{V}_1^N] = \phi_0 + \phi_1 E[\hat{S}^N] + \phi_2 E[\hat{S}^N]^2 \tag{21}$$

4．協調均衡解

本節では、各国政府が、汚染物質の蓄積過程（3）式の制約の下で、各国政府の社会厚生の和の（割引率ρで割り引かれた）期待割引現在価値を最大化するようにその排出量を選択するものとする。各国政府の確率的動的最大化問題は、次式で表される。

$$\begin{aligned} V^C &= \max_q E\left(\int_0^\infty e^{-\rho t}[v_1(q) + v_2(q) - D_1(S) - D_2(S)]dt\right) \\ s.t.\ dS &= \{2q - \delta S\}dt + \sigma S dw \end{aligned} \tag{22}$$

ただし、$q = q_1 = q_2$である。また、上付のCは協調均衡を表す。

V^Cは両国政府の社会厚生の和の価値関数であり、以下の Hamilton-Jacobi-Bellman 方程式を満足しなければならない。

$$\begin{aligned} &\rho V^C \\ &= \max_q \left\{\alpha(1+\gamma)q - \beta q^2 - (1+\theta)\frac{h}{2}S^2 + V_S^C(2q - \delta S) + \frac{\sigma^2 S^2}{2}V_{SS}^C\right\} \end{aligned} \tag{23}$$

このゲームの価値関数は以下のようなSに関する２次関数であると考えられる。

$$V^C = \psi_0 + \psi_1 S + \psi_2 S^2 \tag{24}$$

（24）式より、次の式が得られる。

$$V_S^C = \frac{\partial V^C}{\partial S} = \psi_1 + 2\psi_2 S \tag{25}$$

$$V_{SS}^C = \frac{\partial^2 V^C}{\partial S^2} = 2\psi_2 \tag{26}$$

(23)式の右辺の最大化から、排出量に関して以下の式を得る。

$$q^C = q_1^C = q_2^C = \frac{(1+\gamma)\alpha}{2\beta} + \frac{V_S^C}{\beta} \tag{27}$$

(23)式に(24)式の価値関数、(25)、(26) 式と(27)式の最大化の条件を代入して係数比較を行うと、(24) 式の価値関数のパラメータに関して、以下の式を得る。

$$\psi_0 = \frac{\left\{\alpha(1+\gamma)+2\psi_1\right\}^2}{4\beta\rho} \tag{28}$$

$$\psi_1 = \frac{2\alpha(1+\gamma)\psi_2}{\beta(\rho+\delta)-4\psi_2} \tag{29}$$

$$\psi_2 = \frac{\beta(\rho+2\delta-\sigma^2) - \sqrt{\left\{\beta(\rho+2\delta-\sigma^2)\right\}^2 + 8(\theta+1)\beta h}}{8} \tag{30}$$

なお、ψ_2 に関しては正の共役解も存在するが、経路の安定条件のために、これは負でなければならない。

次に、汚染ストックの経路について検討する。(3) 式に最適な排出量の式(27)を代入すると、次式を得る。

$$dS = \left[A^C - B^C S\right]dt + \sigma S dw \tag{31}$$

ただし、$A^C = \dfrac{(1+\gamma)\alpha + 2\psi_1}{\beta}$ 、$B^C = \dfrac{\beta\delta - 4\psi_2}{\beta}$ である。

(31)式を確率積分方程式として書き換えると、次式を得る。

$$S(t) = S_0 + \int_0^t \left[A^C - B^C S(s)\right]ds + \int_0^t \sigma S dw \tag{32}$$

汚染ストックの経路の期待値は確率分布とは独立であり、次のようになる。

$$E[S(t)] = S_0 + \int_0^t \left[A^C - B^C E[S(s)] \right] ds \tag{33}$$

この式は、初期値 $E[S(0)] = S_0$ を有する、 $E[S^C(t)]$ に関する常微分方程式であり、その解は次のように与えられる。

$$E[S^C(t)] = \exp(-B^C t) S_0 + (1 - \exp(-B^C t)) \frac{A^C}{B^C} \tag{34}$$

経路の安定条件が成立するためには、$B^C > 0$ である必要があり、そのためには、上述したように、$\psi_2 < 0$ でなければならない。

ここで、定常状態における協調均衡の汚染ストックの期待値は、以下のように求められる。

$$E[\hat{S}^C] = \frac{A^C}{B^C} \tag{35}$$

ただし、^ は定常状態を表す。

(27)式と(35)式より、定常状態における協調均衡の排出量の期待値は以下のように表される。

$$E[\hat{q}^C] = \frac{(1+\gamma)\alpha + 2\psi_1 + 4\psi_2 E[\hat{S}^C]}{2\beta} \tag{36}$$

ここで、(24)式と(35)式より、定常状態における協調均衡の価値関数の期待値は、次のように表される。

$$E[\hat{V}^C] = \psi_0 + \psi_1 E[\hat{S}^C] + \psi_2 E[\hat{S}^C]^2 \tag{37}$$

5．均衡の比較

本節では、 List & Mason (2001) にしたがい、非協調均衡と協調均衡を比較する。

まず、非協調均衡における両国の価値関数の和を計算する。第2国は各期に同じ排出量 $q_2^N = \gamma\alpha/\beta$ を選択するが、汚染による損失は被らない（ $\theta = 0$ ）と

仮定しているので、社会厚生は$\dfrac{(\gamma\alpha)^2}{2\beta}$である。したがって、第2国の社会厚生の割引現在価値は、$\dfrac{(\gamma\alpha)^2}{2\beta\rho}$である。第1国の価値関数と合計すると、非協調均衡における両国の社会厚生の和の割引現在価値は以下の式で表される。

$$V^N(S) = \frac{(\gamma\alpha)^2}{2\beta\rho} + \phi_0 + \phi_1 S + \phi_2 S^2 \tag{38}$$

次に、価値関数の係数の比較を行う。この比較のために、以下の定義を行う。

$$\Gamma = V^N(0) - V^C(0) = \frac{(\gamma\alpha)^2}{2\beta\rho} + \phi_0 - \psi_0 \tag{39}$$

(39)式より、Γは、汚染ストックSが0で、$\theta = 0$のときの非協調の価値関数と協調の価値関数の差である。係数の比較に関して、以下の2つの補題が得られる。

補題1

$\theta = 0$のとき、2つの価値関数における2次の項の係数に関して、$2\psi_2 < \phi_2 < \psi_2 < 0$が成立する。さらに、$\psi_2$と$\phi_2$は$\gamma$とは独立である。

補題2

$\theta = 0$のとき、2つの価値関数における1次の項の係数に関して、$2\psi_1 < \phi_1 < \psi_1 < 0$が成立する。

これらの補題から、以下の命題が得られる。

命題1

$\gamma = 1$なら、$\theta = 0$のときすべてのSに関して$V^N(S) < V^C(S)$が成立する。

次に、協調均衡と比較して、非協調均衡が排出量に及ぼす影響について検討する。非協調均衡において、第2国は、協調均衡の排出量 q^C からその最適な排出量 $q_2^N = \gamma\alpha/\beta$ まで排出量を増大させる。同時に、第1国はその排出量を減らす。このとき、両国の総排出量の変化は、以下のように表される。

$$\begin{aligned}\Delta q &= q_1^N + q_2^N - 2q^C \\ &= \frac{\alpha(1+\gamma)+V_{1S}}{\beta} - \frac{\alpha(1+\gamma)+2V_S^C}{\beta} \\ &= \frac{\phi_1 - 2\psi_1 + 2(\phi_2 - 2\psi_2)S}{\beta}\end{aligned} \tag{40}$$

補題1と補題2より、$\phi_1 - 2\psi_1 > 0,\ \phi_2 - 2\psi_2 > 0$ であるので、(40)式の右辺は正であり、以下の命題が成立する。

命題2

両国の総排出量は、協調均衡より非協調均衡の方が大きい。

これは任意の汚染ストックの水準に関して成立するので、定常状態においても成立する。また、両国の総排出量の増加は汚染ストックの増加を引き起こすので、以下の命題が成立する。

命題3

定常状態の汚染ストックは、協調均衡より非協調均衡の方が大きい。

次に、初期の汚染ストックが $S=0$ であるとき、非協調の下での社会厚生の和の割引現在価値が協調の下での社会厚生の和の割引現在価値より高くなる可能性について考察する。

ここで、(39)式において、$\Gamma = 0$ となる γ の値を γ^* と呼ぶことにする。$\gamma > \gamma^*$ の範囲では、$V^N(0) > V^C(0)$ が成立する。すなわち、γ^* の値が大きいほど、$V^N(0) > V^C(0)$ となる可能性が低くなる。

そこで以下では、各パラメータに具体的な値を代入して、シミュレーション分析を行う。不確実性の程度を表すパラメータσの値を変化させることにより、γ^*がどのように変化するかを、以下の表1に示す。

表1

パラメータ	ρ	δ	h	β	σ	γ^*
シミュレーション値	0.05	0.1	0.1	5.0	0.2	4.29
	0.05	0.1	0.1	5.0	0.4	6.42
	0.05	0.1	0.1	5.0	0.6	16.01

表1より、σの値を増加させるにつれて、γ^*の値が増加するということが分かる。すなわち、初期の汚染ストックが$S=0$であるとき、不確実性の程度が高まると、非協調の下での社会厚生の和の割引現在価値が協調の下での社会厚生の和の割引現在価値を超える可能性が低くなるということが分かった。

6．結　論

本稿は、非対称な2国が汚染物質を排出し、汚染物質が通時的に蓄積されるような状況を想定した。また、汚染物質の蓄積過程に不確実性が生じるものとした。そのような状況で、各国政府間で行われる排出量ゲームを確率微分ゲームの枠組みで分析し、非協調均衡解および協調均衡解を導出し、比較を行った。

本稿の分析によって、以下のようなことが明らかになった。初期の汚染ストックが$S=0$であるとき、協調均衡（例えば、国際機関が一律の規制を適用するケース）と非協調均衡（例えば、各国政府が異なる規制を適用するケース）という、2つの均衡を比較した。まず、社会厚生の和の割引現在価値を比較したときに、国家間で十分な非対称性が存在するならば、協調均衡より非協調均衡の方が大きいということが明らかになった。

次に、不確実性の程度が高まると、非協調の下での社会厚生の和の割引現在価値が協調の下での社会厚生の和の割引現在価値を超える可能性が低くなるということが分かった。これは、次のように考えられる。まず、γ の値が大きくなると、2国間の非対称性が大きくなる。協調の下では、このような非対称な2国に、各国の状況に関わらず、一律の排出量規制を課すことになる。このような一律の排出量規制を課すことによる協調のコストが、ただ乗りを排除することによって生じる協調の利益を上回ると、非協調の下での社会厚生の和の割引現在価値が協調の下での社会厚生の和の割引現在価値を上回る。γ の値が γ^* を超えると、両国間の非対称性が著しくなるために、協調のコストが協調の利益を上回る。ところが、不確実性の程度が高まると、協調のコストが下落し、協調の利益が上昇するため、非協調の下での社会厚生の和の割引現在価値が協調の下での社会厚生の和の割引現在価値を上回る可能性が低くなることになる。

ただし、本稿の分析は2国間の分析に限定されている。したがって、多国間の分析を行うことが、今後の課題である。

補論

1）補題1の証明

(14)、(30) 式から、ϕ_2 と ψ_2 は γ とは独立である。また両者とも負であり、$2\psi_2 < \phi_2$ である。また、$\psi_2\left\{\beta(\rho+2\delta-\sigma^2)-4\psi_2\right\}=-\beta h/2=\phi_2\left\{\beta(\rho+2\delta-\sigma^2)-2\phi_2\right\}$ である。したがって、$2\psi_2<\phi_2<0$ であるので、$\psi_2=\phi_2\left\{\beta(\rho+2\delta-\sigma^2)-2\phi_2\right\}\Big/\left\{\beta(\rho+2\delta-\sigma^2)-4\psi_2\right\}>\phi_2$ である。

2）補題2の証明

(13)、(29) 式から、ϕ_1 と ψ_1 は負である。

$\psi_1 - \phi_1 = 2\alpha(1+\gamma)[\psi_2/\{\beta(\rho+\delta)-4\psi_2\} - \phi_2/\{\beta(\rho+\delta)-2\phi_2\}]$ である。補題1から、[　]の中の項は正であり、$\phi_1 < \psi_1$ である。

3）命題1の証明

(39)式より、以下の式が得られる。

$$\begin{aligned}\Gamma &= \frac{(2\alpha+\phi_1)^2}{2\beta\rho} - \frac{(\alpha+\psi_1)^2}{\beta\rho} - \frac{\alpha^2}{\beta\rho} \\ &= \frac{2\alpha(\phi_1-\psi_1)+\phi_1^2-\psi_1^2}{\beta\rho} - \frac{\phi_1^2}{2\beta\rho} \\ &= \frac{(\phi_1-\psi_1)\left[2\alpha-(\phi_1+\psi_1)\right]}{\beta\rho} - \frac{\phi_1^2}{2\beta\rho}\end{aligned}$$

補題2より、$\phi_1 - \psi_1 < 0, 2\alpha - (\phi_1 + \psi_1) > 0$ であるので、$\Gamma < 0$ である。また、$V^C(S) - V^N(S) = (\psi_1 - \phi_1)S + (\psi_2 - \phi_2)S^2 - \Gamma$ であり、補題1と補題2より、$\psi_1 - \phi_1 > 0, \psi_2 - \phi_2 > 0$ であるので、命題1が成立する。

参考文献

Chang, F.R.(2004), *Stochastic Optimization in Continuous Time*, Cambridge University Press.

Dockner, E., Jorgensen, J., Long, N.V. and G. Sorger (2000), *Differential Games in Economics and Management Science*, Cambridge University Press.

Dockner, E. and N. V. Long (1993), "International Pollution Control: Cooperative versus Non-cooperative Strategies," *Journal of Environmental Economics and Management*, vol.25, pp.13-29.

Kamien, M.I. and N.L. Schwartz (1991), *Dynamic Optimization: The Calculus of Variations and Optimal Control in Economics and Management(2nd Edition)*, North-Holland.

List, J.A. and C.F. Mason (2001), "Optimal Institutional Arrangements for Transboundary Pollutants in a Second-Best World: Evidence from a Differential Game with Asymmetric Players," *Journal of Environmental Economics and Management*, vol. 42, pp.277-296.

Prasad, A. and S.P. Sethi (2004), "Competitive Advertising under Uncertainty: A Stochastic Differential Game Approach," *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol. 123, no.1, pp.163-185.

Wirl, F.(2004), "International Greenhouse Gas Emissions when Global Warming is a Stochastic Process," *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, vol.20, pp.95-114.

Wirl, F.(2008), "Tragedy of the Commons in a Stochastic Game of a Stock Externality," *Journal of Public Economic Theory*, vol.10, pp.99-124.